

Capitolo 3 - SPINTA NECESSARIA E DISPONIBILE

ESERCIZIO 1 pag. 77

Tracciare i diagrammi della Spinta necessaria in V.R.O.U. in funzione della velocità alle quote $Z = 0, Z_1 = 2000 \text{ m}, Z_2 = 4000 \text{ m}, Z_3 = 6000 \text{ m}$ per un velivolo tipo Aermacchi MB 339C che presenta le seguenti caratteristiche:

- Peso..... $Q = 62290 \text{ N}$
- Superficie alare $S = 19,3 \text{ m}^2$
- Allungamento alare $\lambda = 6,52$
- Coefficiente di resistenza di profilo $C_{ro} = 0,016$
- Numero di Mach critico inferiore $M_{cr.inf.} = 0,8$

Soluzione:

Ipotizzo il $C_{p_{max}} = 1,6$ e prima di impostare la tabella calcolo i C_p e i C_r degli assetti caratteristici

$$C_{p_{max}} = 1,6 \qquad C_r = C_{ro} + \frac{C_p^2}{e \pi \lambda} = 0,1549$$

$$\left(\frac{E}{\sqrt{C_p}}\right)_{max} \dots\dots\dots C_p = \sqrt{\frac{1}{3} e \pi \lambda C_{ro}} = 0,313 \qquad C_r = 4/3 C_{ro} = 0,021$$

$$E_{max} \dots\dots\dots C_p = \sqrt{e \pi \lambda C_{ro}} = 0,543 \qquad C_r = 2 C_{ro} = 0,032$$

Risulta anche utile calcolare la velocità critica che segna il passaggio al volo transonico (punto D del diagramma) con i relativi C_p, C_r e spinta necessaria.

Quota [m]	Temp. [°K]	Densità [Kg/mc]	Delta	V cr.Inf [m/s]	C_p	C_r	E
0	288	1,225	1,000	289,22	0,0630	0,0162	3,88
2000	275	1,006	0,821	282,62	0,0803	0,0164	4,91
4000	262	0,818	0,668	275,86	0,1036	0,0166	6,25
6000	249	0,659	0,538	268,93	0,1355	0,0170	7,97

Ora posso impostare la seguente tabella

				Delta = 0,821 Z = 2000 m		Delta = 0,668 Z = 4000 m		Delta = 0,538 Z = 6000 m	
QUOTA Z = 0				V	Tn	V	Tn	V	Tn
C_p	C_r	E	E/radCP	[m/s]	[N]	[m/s]	[N]	[m/s]	[N]
0,063	0,0162	3,88	15,48	289,22	16034	282,62	12679	275,86	9967
0,2	0,0182	11,01	24,61	162,32	5659	147,10	5659	132,68	5659
0,313	0,0213	14,69	26,24	129,65	4239	117,50	4239	105,98	4239
0,4	0,0247	16,21	25,62	114,78	3844	104,02	3844	93,82	3844
0,543	0,0320	16,97	23,03	98,51	3671	89,28	3671	80,52	3671
0,6	0,0355	16,88	21,80	93,71	3689	84,93	3689	76,60	3689
0,8	0,0507	15,77	17,63	81,16	3950	73,55	3950	66,34	3950
1	0,0703	14,23	14,23	72,59	4377	65,79	4377	59,34	4377
1,2	0,0942	12,75	11,63	66,27	4887	60,05	4887	54,17	4887
1,4	0,1224	11,44	9,67	61,35	5445	55,60	5445	50,15	5445
1,6	0,1549	10,33	8,16	57,39	6032	52,01	6032	46,91	6032

Considerando il velivolo in Volo Rettilineo Orizzontale Uniforme (V.R.O.U.)

La velocità si calcola con la formula $V = \sqrt{\frac{2 Q}{\rho S C_p}}$

La spinta necessaria con la formula $T_n = R = \frac{1}{2} \rho V^2 C_r S = Q/E$

Dopo aver calcolato i valori a quota 0

per determinare la Velocità e la Spinta necessaria a **quota 2000 m** si dovrà calcolare la densità relativa

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1,006}{1,225} = 0,821$$

Quindi i valori a quota 2000 m si ricavano con $V_{2000} = V_0 \frac{1}{\sqrt{\delta}}$ mentre la spinta non cambia

per determinare la Velocità e la Spinta necessaria a **quota 4000 m** si dovrà calcolare la densità relativa

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{0,818}{1,225} = 0,668$$

Quindi i valori a quota 4000 m si ricavano con $V_{4000} = V_0 \frac{1}{\sqrt{\delta}}$ mentre la spinta non cambia

per determinare la Velocità e la Spinta necessaria a **quota 6000 m** si dovrà calcolare la densità relativa

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{0,659}{1,225} = 0,538$$

Quindi i valori a quota 6000 m si ricavano con $V_{6000} = V_0 \frac{1}{\sqrt{\delta}}$ mentre la spinta non cambia

Per quanto riguarda il punto D la spinta cambia e tende a diminuire al variare della quota.

Ora posso tracciare il grafico riportando in ascisse i valori di velocità e in ordinate i valori della spinta necessaria ovviamente avremo quattro curve, una a quota 0, una a quota 2000 m, una a quota 4000 m e una a quota 6000 m

=====

ESERCIZIO 2 pag. 77

Un velivolo avente le caratteristiche sotto indicate vola alla quota $Z = 15000$ ft in V.R.O.U. Determinare a quale angolo di incidenza e a quale velocità deve volare per incontrare la minima resistenza aerodinamica e calcolarne il valore.

Caratteristiche del velivolo:

Peso..... $Q = 220000$ N

Superficie alare $S = 80$ m²

Apertura alare $b = 22$ m

Coefficiente di resistenza di profilo..... $C_{r0} = 0,022$

Coeff. angolare di portanza del profilo..... $C_p'_{\infty} = 5,32$ rad⁻¹

Soluzione:

Quota $Z = 1500$ ft = 4572 m densità $\rho_{4572} = 0,770$ Kg/m³ Allungamento alare $\lambda = \frac{b^2}{S} = 6,05$

Per incontrare la minima resistenza aerodinamica deve volare all'assetto di E_{max}

E_{max} $C_p = \sqrt{e \pi \lambda C_{r0}} = 0,613$ $C_r = 2 C_{r0} = 0,044$ $E_{max} = 13,94$

Calcolo il coefficiente angolare di portanza dell'ala $Cp' = \frac{Cp'_{inf}}{1 + \frac{Cp'_{inf}}{e \pi \lambda}} = 4,057 \text{ rad}^{-1}$

Ipotizzo angolo di portanza nulla $\alpha_0 = - 2^\circ$

Dalla formula $Cp = Cp' (\alpha + |\alpha_0|)$ ricavo l'angolo di incidenza $\alpha = \frac{Cp}{Cp'} - |\alpha_0| = \frac{0,613}{4,057} 57,3 - 2^\circ = 6,6^\circ$

Calcolo la velocità di volo $V = \sqrt{\frac{2 Q}{\rho S Cp}} = 107,94 \text{ m/s} = 389 \text{ Km/h} = 210 \text{ Kts}$

Calcolo la Resistenza minima $R = \frac{1}{2} \rho V^2 Cr S = Q/E = 15782 \text{ N}$

ESERCIZIO 3 pag. 78

Un velivolo sperimentale dotato di due motori a razzo (endoreattori) viene portato alla quota $Z = 12000 \text{ m}$ appeso all'ala di un B52. A tale quota avviene lo sgancio e si accendono simultaneamente i due razzi che forniscono ciascuno una spinta $T1 = 1177 \text{ N}$ per una durata di $t = 7 \text{ secondi}$.

Determinare:

- a) La massima velocità ascensionale;
- b) L'angolo di rampa corrispondente;
- c) La quota raggiunta al termine del volo propulso;
- d) La perdita di peso del velivolo dovuta al consumo di carburante.

Caratteristiche del velivolo sperimentale:

Peso.....	Q = 9200 N
Carico alare	Q/S = 1800 N/m ²
Coefficiente di resistenza di profilo	Cro = 0,015
Allungamento alare	λ = 15
Velocità di uscita dei gas di scarico	Vu = 200 m/s

Soluzione

Quota $Z = 12000 \text{ m}$ densità $\rho_{12000} = 0,319 \text{ Kg/m}^3$ calcolata con la solita formula valida per la Troposfera, anche se 12000 m sono già nella stratosfera (vedi Volume 1 capitolo Atmosfera Terrestre)

Calcolo la superficie alare $S = 9200 / 1800 = 5,11 \text{ m}^2$

Per risolvere il problema si dovrà tracciare il grafico della Spinta necessaria e sovrapporlo alla spinta disponibile

Ipotizzo il $Cp_{max} 1,6$ e prima di impostare la tabella calcolo i Cp e i Cr degli assetti caratteristici

$Cp_{max} = 1,6$ $Cr = Cro + \frac{Cp^2}{e \pi \lambda} = 0,0754$

$\left(\frac{E}{\sqrt{Cp}}\right)_{max} \dots \dots \dots Cp = \sqrt{\frac{1}{3} e \pi \lambda Cro} = 0,460$ $Cr = 4/3 Cro = 0,0200$

$E_{max} \dots \dots \dots Cp = \sqrt{e \pi \lambda Cro} = 0,797$ $Cr = 2 Cro = 0,0300$

Ora imposto la tabella per ottenere la curva della spinta necessaria al V.R.O.U. a quota $Z = 12000 \text{ m}$ con peso $Q = 9200 \text{ N}$, che dovrà essere sovrapposta alla retta spinta disponibile dal nostro endoreattore $T_D = 1177 \cdot 2 = 2354 \text{ N}$ (essendo dotato di 2 endoreattori)

Cp	Cr	E	E/radCP	V [m/s]	Tn [N]	Td [N]	Td - Tn [N]	w [m/s]	beta [°]
0,1	0,0152	6,56	20,76	336,09	1402	2354	952	34,79	5,94
0,2	0,0159	12,54	28,05	237,65	733	2354	1621	41,86	10,15
0,3	0,0171	17,52	31,99	194,04	525	2354	1829	38,57	11,47
0,460	0,0200	23,02	33,93	156,64	400	2354	1954	33,27	12,27
0,6	0,0235	25,54	32,97	137,21	360	2354	1994	29,73	12,52
0,7	0,0266	26,36	31,50	127,03	349	2354	2005	27,68	12,59
0,797	0,0300	26,58	29,77	119,02	346	2354	2008	25,98	12,61
1	0,0386	25,91	25,91	106,28	355	2354	1999	23,09	12,55
1,2	0,0490	24,50	22,37	97,02	375	2354	1979	20,87	12,42
1,4	0,0612	22,86	19,32	89,82	402	2354	1952	19,05	12,25
1,6	0,0754	21,22	16,78	84,02	434	2354	1920	17,54	12,05

Salita RAPIDA

Salita RIPIDA

Dalla tabella e dal grafico ottengo:

massima velocità ascensionale $w_{max} = 41,86 \text{ m/s}$

angolo di rampa corrispondente $\beta = 10,15^\circ$

calcolo ora il dislivello di quota ottenuto durante il tempo di accensione dei motori $t = 7$ secondi

$$\Delta Z = w_{max} t = 41,86 \cdot 7 = 293 \text{ m}$$

Quindi quota raggiunta al termine del volo propulso $Z_1 = Z + \Delta Z = 12000 + 293 = 12293 \text{ N}$

Dato che la spinta disponibile di un endoreattore $T_D = p V_u$ dove p rappresenta la portata di gas in Kg/sec posso determinare tale portata di gas e moltiplicarla per il tempo di accensione determinando la massa di gas espulsi da cui trovare la diminuzione di peso del nostro velivolo:

$$\text{portata di gas } p = 2354 / 200 = 11,77 \text{ Kg/s} \quad \text{massa di gas espulsi } m_g = p t = 11,77 \cdot 7 = 82,39 \text{ Kg}$$

$$\text{quindi perdita di peso del velivolo dovuta al consumo carburante } Q_c = m_g g = 82,39 \cdot 9,81 = 808 \text{ N}$$

=====

ESERCIZIO 4 pag. 78

Per un velivolo turboreattore avente le seguenti caratteristiche:

- Peso $Q = 153000 \text{ N}$
- Carico alare..... $Q/S = 2600 \text{ N/m}^2$
- Allungamento alare $\lambda = 8,3$
- Coeff. di portanza massimo $C_{pmax} = 1,8$
- Coeff. di resistenza di profilo $C_{ro} = 0,021$

Determinare a quota zero in aria tipo:

- a) la velocità massima e minima di volo rettilineo orizzontale uniforme;
- b) la velocità di salita rapida;
- c) la velocità di salita ripida;
- d) il massimo angolo di rampa;
- e) la massima velocità ascensionale.

La curva della Spinta disponibile (ogni motore) in funzione della velocità a quota zero è la seguente:

V [m/s]	50	60	70	80	90	100	110	120
Td ₁ [N]	11100	10700	10450	10350	10500	10850	11250	11700

Soluzione:

Ipotizzo velivolo bimotore, quindi la spinta disponibile in tabella dovrà essere moltiplicata per 2.

Quota Z = 0 m densità $\rho_0 = 1,225 \text{ Kg/m}^3$

Per risolvere il problema si dovrà tracciare il grafico della Spinta necessaria e sovrapporlo alla spinta disponibile

A differenza degli esercizi precedenti imposto la tabella partendo dalla spinta disponibile in funzione della velocità e ricavo: C_p , C_r , E , $\frac{E}{\sqrt{C_p}}$, T_n , $(T_n - T_d)$, w , β

V	Td					Tn	Td - Tn	w	Beta	
[m/s]	[N]	Cp	Cr	E	E/radCp	[N]	[N]	[m/s]	[°]	
50	22200	1,698	0,144	11,80	9,05	12968	9232	3,02	3,46	
60	21400	1,179	0,080	14,69	13,53	10416	10984	4,31	4,12	
70	20900	0,866	0,053	16,35	17,56	9360	11540	5,28	4,33	
80	20700	0,663	0,040	16,68	20,49	9171	11529	6,03	4,32	Salita Ripida
90	21000	0,524	0,033	16,02	22,13	9549	11451	6,74	4,29	
100	21700	0,424	0,029	14,80	22,72	10338	11362	7,43	4,26	Salita di Crociera
110	22500	0,351	0,026	13,37	22,57	11447	11053	7,95	4,14	
120	23400	0,295	0,025	11,93	21,98	12822	10578	8,30	3,96	Salita Rapida

Ora posso tracciare il grafico da cui ricavo:

Velocità minima (stallo) = 48,56 m/s

Velocità massima (incrocio tra le due curve) = 172,29 m/s

Velocità di salita Rapida = 120 m/s

Velocità di salita Ripida = 80 m/s

Massimo angolo di rampa = 4,32°

Massima velocità ascensionale = 8,30 m/s

=====

ESERCIZIO 5 pag. 78

Un aereo a getto, vola alla velocità $V = 630 \text{ Km/h}$ su una traiettoria rettilinea in salita con angolo di rampa $\beta = 13^\circ$.

Determinare la spinta fornita dal turboreattore nel momento in cui transita alla quota $Z = 9400 \text{ m}$. Le caratteristiche del velivolo sono:

Peso $Q = 95000 \text{ N}$

Carico alare $Q/S = 3100 \text{ N/m}^2$

Allungamento alare $\lambda = 6,1$

Coeff. di resistenza di profilo $C_{ro} = 0,021$

Soluzione:

Quota $Z = 9400 \text{ m}$ densità $\rho_{9400} = 0,443 \text{ Kg/m}^3$ Velocità $V = 630 \text{ Km/h} = 175 \text{ m/s}$

Il velivolo vola in Volo Rettilineo in Salita quindi le condizioni di equilibrio sono

$$\begin{aligned} P &= Q \cos \beta \\ T &= R + Q \sin \beta \end{aligned}$$

Dalla prima equazione di equilibrio ricavo $C_p = \frac{2 Q \cos \beta}{\rho S V^2} = 0,445$

Calcolo $C_r = C_{r0} + \frac{C_p^2}{e \pi \lambda} = 0,0325$

Superficie alare $S = 95000 / 3100 = 30,65 \text{ m}^2$

Calcolo ora la **spinta fornita dal motore in salita** $T = R + Q \sin \beta = \frac{1}{2} \rho V^2 C_r S + Q \sin \beta = 28127 \text{ N}$

ESERCIZIO 6 pag. 79

Determinare la quota di tangenza teorica per un aereo a reazione avente le seguenti caratteristiche:

Peso..... $Q = 82400 \text{ N}$
 Apertura alare..... $b = 14 \text{ m}$
 Superficie alare $S = 28 \text{ m}^2$
 Coeff. di resistenza di profilo $C_{r0} = 0,016$
 Spinta statica a quota zero..... $T_{S0} = 9470 \text{ N}$

Soluzione:

calcolo l'Allungamento alare $\lambda = \frac{b^2}{S} = 6,3$

per raggiungere la massima quota di tangenza teorica il velivolo deve volare all'assetto

$E_{\max} \dots\dots\dots C_p = \sqrt{e \pi \lambda C_{r0}} = 0,534$ $C_r = 2 C_{r0} = 0,032$ $E_{\max} = 16,69$

utilizzando l'assetto di efficienza massima otterremo il più piccolo valore della funzione $\psi_1 (Z)$

$$\psi_1 (Z) = 1,17 \frac{Q}{T_{S0} E_{\max}} = 1,17 \frac{82400}{9470 \cdot 16,69} = 0,610$$

utilizzando il grafico della funzione relativa alla quota si ricava la **quota di tangenza teorica** entrando con il valore della funzione sopra ricavata, oppure con formula inversa

$$Z_t = 11000 + \left(\frac{3,3612 - \text{Log} \frac{\psi_1}{0,0001595}}{0,0000685} \right) = 7789 \text{ m}$$

ESERCIZIO 7 pag. 79

Tracciare il diagramma della spinta e del consumo specifico in funzione della quota per un turboreattore nel caso che il volo si effettui alla velocità $V = 540 \text{ Km/h}$ mantenendo costante il numero di giri $n = 7700 \text{ g/min}$.

Caratteristiche del turboreattore:

Spinta statica a quota zero $T_{S0} = 23000 \text{ N}$

Consumo spec. statico a quota zero $q_{S0} = 0,535 \text{ N/N h}$

Numero di giri di progetto $n_0 = 7000 \text{ g/min}$.

Soluzione:

utilizzo le formule empiriche per il calcolo della spinta e del consumo specifico

spinta..... $T = T_{s0} \varphi_1(n) \chi_1(V) \psi_1(Z)$

consumo specifico..... $q_s = q_{s0} \varphi_2(n) \chi_2(V) \psi_2(Z)$

Calcolo le funzioni del numero di giri

$$\varphi_1(n) = (n / n_0)^{3,5} = (7700 / 7000)^{3,5} = 1,396$$

$$\varphi_2(n) = 1 + ((n_0/n) - 1)^2 = 1 + ((7000 / 7700) - 1)^2 = 1,008$$

calcolo le funzioni della velocità

$V = 540 \text{ km/h} = 150 \text{ m/s}$ ipotizzando velocità di uscita dei gas di scarico $V_u = 550 \text{ m/s}$

$$\chi_1(V) = 1 - \frac{V}{V_u} + \frac{1}{2} \frac{\rho_0 V^2}{P_0} \left(1 - \left(\frac{V}{V_u} \right)^4 \right) = 1 - \frac{150}{550} + \frac{1}{2} \frac{1,225 \cdot 150^2}{101325} \left(1 - \left(\frac{150}{550} \right)^4 \right) = 0,862$$

$$\chi_2(V) = 1 + \frac{V}{V_u} = 1 + \frac{150}{550} = 1,273$$

imposto la seguente tabella da quota zero fino a 11000 m (limite della Troposfera)

Z [m]	T [°K]	P [N/mq]	$\psi_1(Z)$	$\psi_2(Z)$	SPINTA T [N]	CONS.SPEC. q_s [N/N h]
0	288,0	101325	1,000	1,000	27677	0,687
1000	281,5	89854	0,923	0,983	25544	0,675
2000	275,0	79458	0,850	0,966	23531	0,663
3000	268,5	70058	0,782	0,949	21634	0,651
4000	262,0	61579	0,717	0,931	19849	0,639
5000	255,5	53951	0,657	0,914	18172	0,628
6000	249,0	47107	0,600	0,897	16599	0,616
7000	242,5	40984	0,546	0,879	15126	0,603
8000	236,0	35522	0,497	0,861	13748	0,591
9000	229,5	30664	0,450	0,843	12463	0,579
10000	223,0	26360	0,407	0,825	11265	0,567
11000	216,5	22558	0,367	0,807	10153	0,554

Dopo aver calcolato temperatura e pressione calcolo le funzioni

$\psi_1(Z) = (P/P_0) (T_0/T)^{1,75}$ utile per calcolare la spinta

$\psi_2(Z) = (T/T_0)^{0,75}$ utile per calcolare il consumo specifico

nelle ultime due colonne calcolo

la **spinta**..... $T = 23000 \cdot 1,396 \cdot 0,862 \cdot \psi_1(Z)$

il **consumo specifico**..... $q_s = 0,535 \cdot 1,008 \cdot 1,273 \cdot \psi_2(Z)$

posso ora tracciare il diagramma della spinta e del consumo specifico in funzione della quota

=====

ESERCIZIO 8 pag. 79

Un velivolo a getto vola alla quota $Z = 7200$ m in volo rettilineo orizzontale uniforme alla velocità indicata $V_i = 300$ Kts

Sapendo che il motore gira a $n = 9300$ g/min, calcolare il consumo di carburante e lo spazio percorso in 10 minuti.

Caratteristiche del velivolo:

Peso	$Q = 159000$ N
Carico alare.....	$Q/S = 3100$ N/m ²
Coeff. di resistenza di profilo.....	$C_{ro} = 0,021$
Allungamento alare.....	$\lambda = 9,3$
Consumo spec. statico a quota zero	$q_{s0} = 0,535$ N/N h
Numero di giri di progetto.....	$n_0 = 10000$ g/min

Soluzione:

Quota $Z = 7200$ m densità $\rho_{7200} = 0,575$ Kg/m³ densità relativa $\delta = \rho / \rho_0 = 0,469$

Temperatura $T_{7200} = 241,20$ °K

Calcolo la velocità vera $V_{TAS} = V_{IAS} \frac{1}{\sqrt{\delta}} = 300 \frac{1}{\sqrt{0,469}} = 438$ Kts = 236 Km/h = 811 Km/h = 225,33 m/s

Dato che vola in V.R.O.U. valgono le seguenti equazioni di equilibrio

$$\begin{aligned} P &= Q \\ T &= R \end{aligned}$$

Dalla prima equazione di equilibrio ricavo $C_p = \frac{2Q}{\rho S V^2} = 0,212$

Calcolo $C_r = C_{ro} + \frac{C_p^2}{e \pi \lambda} = 0,0227$ $E = C_p / C_r = 9,34$

Superficie alare $S = 159000 / 3100 = 51,29$ m²

Calcolo ora la spinta fornita dal motore $T = R = Q/E = 159000 / 9,34 = 17023$ N

Ipotizzo velocità di uscita gas di scarico $V_u = 550$ m/s

Calcolo

$$\varphi_2(n) = 1 + ((n_0/n) - 1)^2 = 1 + ((10000 / 9300) - 1)^2 = 1,006$$

$$\chi_2(V) = 1 + \frac{V}{V_u} = 1 + \frac{225,33}{550} = 1,409$$

$$\psi_2(Z) = (T/T_0)^{0,75} = (241,20 / 288)^{0,75} = 0,875$$

consumo specifico $q_s = q_{s0} \varphi_2(n) \chi_2(V) \psi_2(Z) = 0,535 \cdot 1,006 \cdot 1,409 \cdot 0,875 = 0,663$ N/N h

consumo di carburante $G = q_s T t = 0,663 \cdot 17023 \cdot (10/60) = 1881$ N

spazio percorso $s = V t = 225,33 \cdot 10 \cdot 60 = 135198$ m = **135 km**

=====