Problema 7: Viene pianificato un volo tra Nassau (lat 25° 00' N; long. 077° 24' W) e Casablanca (lat. 33° 48' N; long. 007° 36' W), dividendo l'ortodromia che congiunge i due punti in tre tratte di uguale lunghezza. Calcolare le coordinate del primo waypoint. [$\varphi_1 = 32^\circ 18' 16'' N$; $\lambda_1 = 55^\circ 59' 46'' W$]

Svolgimento

1- Ortodromia tra Nassau e Casablanca

$$\Delta\lambda_{AB} = \lambda_B - \lambda_A = -7^\circ 36' - (-77^\circ 24') = 69^\circ 48' 0'' E$$

A questo punto, con il teorema di Viéte, si calcola la α :

$$\cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \text{sen}(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB} + \text{sen} \Delta\lambda_{AB} \cdot \cot \alpha$$

$$\text{sen} \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\text{tg} \alpha} = \cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \text{sen}(90^\circ - \varphi_A) - \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\text{sen} \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\text{tg} \alpha} = \text{tg}(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \text{sen}(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{\text{sen} \Delta\lambda_{AB}}{\text{tg}(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \text{sen}(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}} \Rightarrow \alpha = 63^\circ,8$$

2- Calcolo della distanza ortodromica

È importante calcolare la distanza totale ortodromica, perché questa viene suddivisa in tre tratte della stessa lunghezza inserendo due waypoints.

$$m_{AB} = \arccos[\text{sen}(\varphi_A) \cdot \text{sen}(\varphi_B) + \cos(\varphi_A) \cdot \cos(\varphi_B) \cdot \cos(\Delta\lambda_{AB})] = 60^\circ,3 \cdot 60 = 3619,2 \text{ NM}$$

3- Calcolo delle coordinate del 1° waypoint

$$m_{tratta} = \frac{m_{AB}}{3} = \frac{3619,2}{3} = 1206,4 \text{ NM} = 20^\circ,107$$

$$\varphi_{W1} = \arcsen[\text{sen}(\varphi_A) \cdot \cos(m_{tratta}) + \cos(\varphi_A) \cdot \text{sen}(m_{tratta}) \cdot \cos(\alpha)] = 32^\circ 18' 16'' N$$

$$\Delta\lambda_{AW1} = \arctg \left[\frac{\text{sen}(\alpha)}{\frac{\cos(\varphi_A)}{\text{tg}(m_{tratta})} - \text{sen}(\varphi_A) \cdot \cos(\alpha)} \right] = 21^\circ 24' 14'' E$$

$$\lambda_{W1} = \lambda_A + \Delta\lambda_{AW1} = -77^\circ 24' + 21^\circ 24' 14'' = 55^\circ 59' 46'' W$$