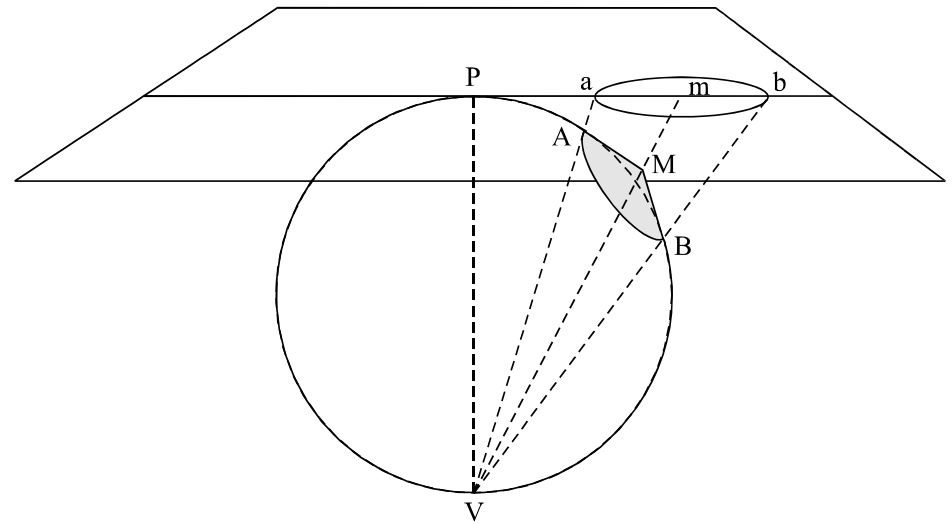


La rappresentazione cartografica

Proiezione stereografica polare

La proiezione stereografica polare è ottenuta proiettando i punti della sfera rappresentativa terrestre su un piano tangente in uno dei poli da un punto di vista situato nel polo diametralmente opposto.



La rappresentazione cartografica



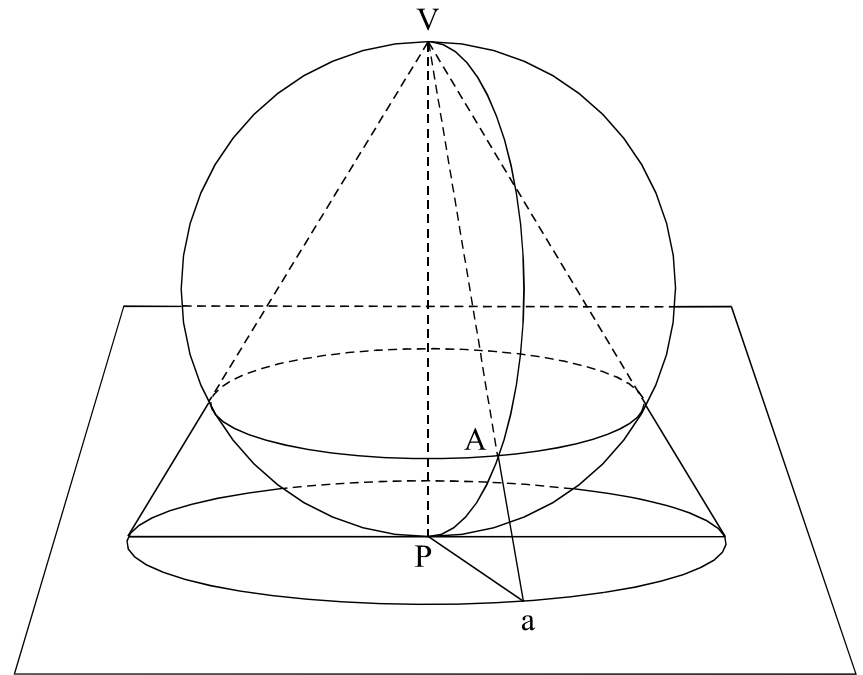
- Il polo P , nel quale il piano è tangente, è il centro della rappresentazione cartografica;
- I meridiani, essendo circonferenze massime passanti per il polo e per il centro di proiezione V , sono rappresentati da semirette ottenute dall'intersezione del piano del meridiano con il piano di proiezione.
- Tali semirette conservano lo stesso angolo che i meridiani formano tra loro sulla sfera.
- I paralleli sono rappresentati da circonferenze concentriche aventi come centro il polo e come raggio la distanza.

La rappresentazione cartografica

- Il raggio del parallelo può essere ricavato dal triangolo rettangolo aPV , dove l'angolo alla circonferenza V , che insiste sull'arco AP , è metà dell'angolo al centro AOP che insiste sullo stesso arco; si ha, pertanto:

$$\rho = 2r \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

dove r è il raggio della sfera rappresentativa.



La rappresentazione cartografica

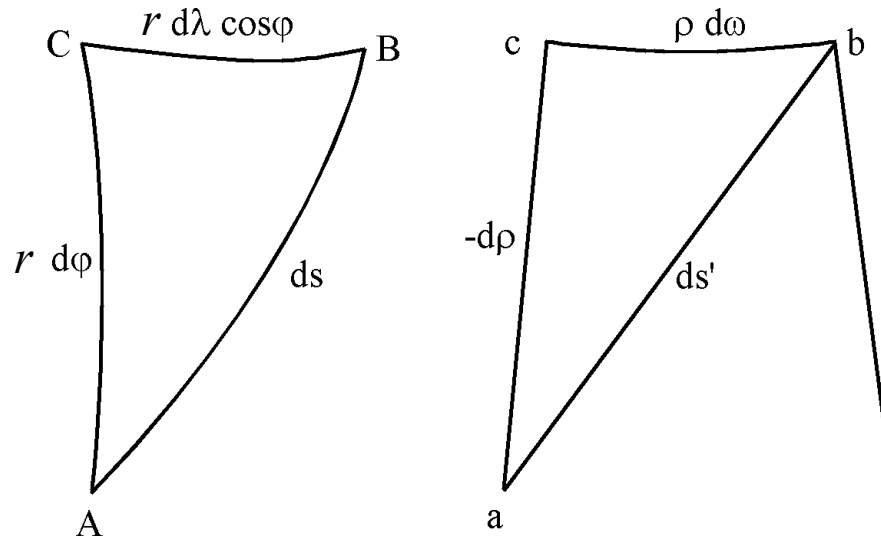
- Le relazioni di corrispondenza della carta stereografica polare, riferite a un sistema di coordinate polari definite dal polo P e dalla semiretta che rappresenta il meridiano di Greenwich, sono pertanto:

$$\omega = \lambda$$

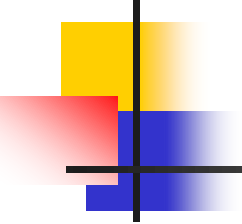
$$\rho = 2r \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$$

La rappresentazione cartografica

- La carta è isogona;
- infatti, considerati ancora i triangoli infinitesimi sulla sfera e sulla carta (ABC e abc), si ricavano i moduli di riduzione lineare n_p e n_m ;



La rappresentazione cartografica


$$n_p = \frac{bc}{BC} = \frac{\rho d\omega}{rd\lambda \cos \varphi} = \frac{2r \tan(45^\circ - \varphi / 2)}{r \operatorname{sen}(90^\circ - \varphi)}$$

- il denominatore si può anche scrivere, applicando la formula di duplicazione del seno: $\operatorname{sen}(90^\circ - \varphi) = 2 \operatorname{sen}(45^\circ - \varphi / 2) \cos(45^\circ - \varphi / 2)$;

- pertanto:

$$n_p = \sec^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

La rappresentazione cartografica

- Il modulo di riduzione lineare lungo il meridiano è uguale a:

$$n_m = \frac{ac}{AC} = \frac{-d\rho}{rd\varphi} = \frac{2r[\tan(45^\circ - \varphi/2) - \tan(45^\circ - \varphi'/2)]}{rd\varphi}$$

- Il termine in parentesi quadra si può esprimere in funzione di seno e coseno; si ha:

$$\frac{\sin(45^\circ - \varphi/2)}{\cos(45^\circ - \varphi/2)} - \frac{\sin(45^\circ - \varphi'/2)}{\cos(45^\circ - \varphi'/2)} \cong \frac{\sin[(\varphi' - \varphi)/2]}{\cos^2(45^\circ - \varphi/2)} = \frac{d\varphi/2}{\cos^2(45^\circ - \varphi/2)}$$

La rappresentazione cartografica

- da cui si ricava:

$$n_m = \sec^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

- La carta è isogona in quanto i due moduli lineari sono uguali e pertanto:

$$n = \sec^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

La rappresentazione cartografica

- Se, anziché un piano tangente, si considera un piano secante coincidente col piano di un parallelo di latitudine φ_0 prossimo a 90° .
- In questo modo lungo il parallelo secante (*isomecoica*) il modulo sarà uguale a 1, per latitudini superiori a φ_0 sarà minore di 1, mentre per latitudini minori di φ_0 sarà maggiore di 1.
- Così come le altre carte, ciò equivale a considerare il piano tangente a una sfera di raggio $r' < r$ e, di conseguenza, le relazioni prima ricavate diventano:



La rappresentazione cartografica

$$\omega = \lambda$$

$$\rho = 2n_0 r \tan(45^\circ - \varphi / 2)$$

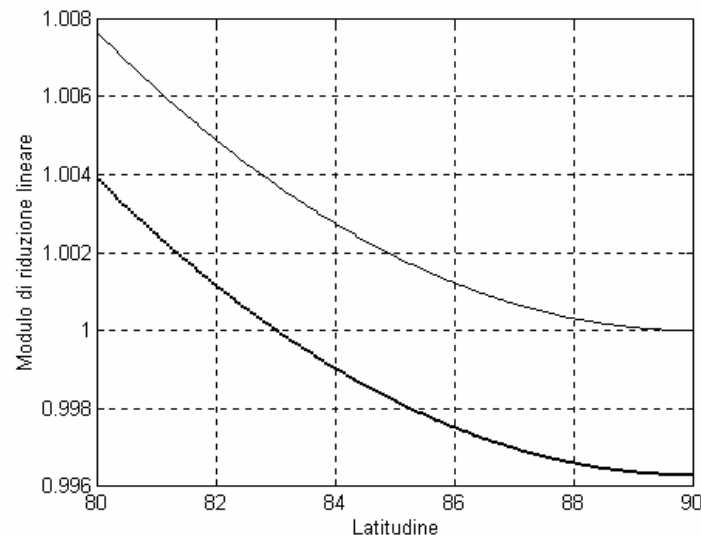
$$n = n_0 \sec^2(45^\circ - \varphi / 2)$$

La rappresentazione cartografica

- Il coefficiente n_0 si ricava imponendo che il modulo n diventi 1 lungo il parallelo φ_0 :

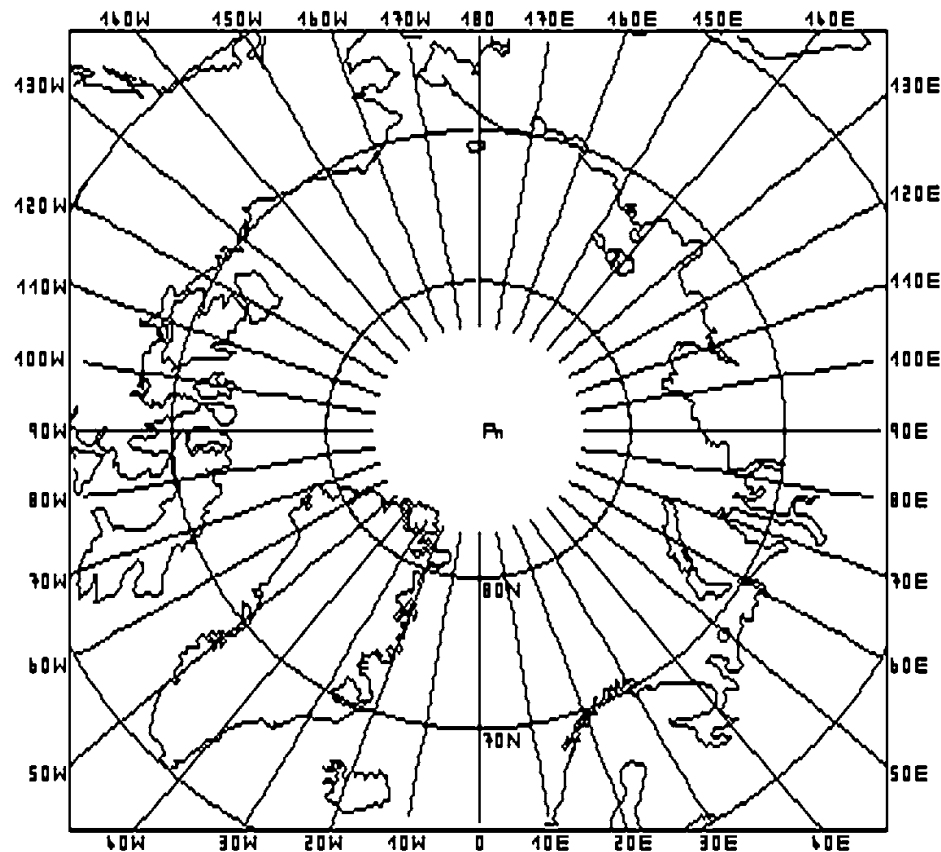
$$n_0 = \cos^2 (45^\circ - \varphi_0 / 2)$$

Modulo di riduzione lineare per carta stereografica con piano di proiezione tangente al polo (curva superiore) e con piano secante (curva inferiore)



La rappresentazione cartografica

- Carta stereografica polare

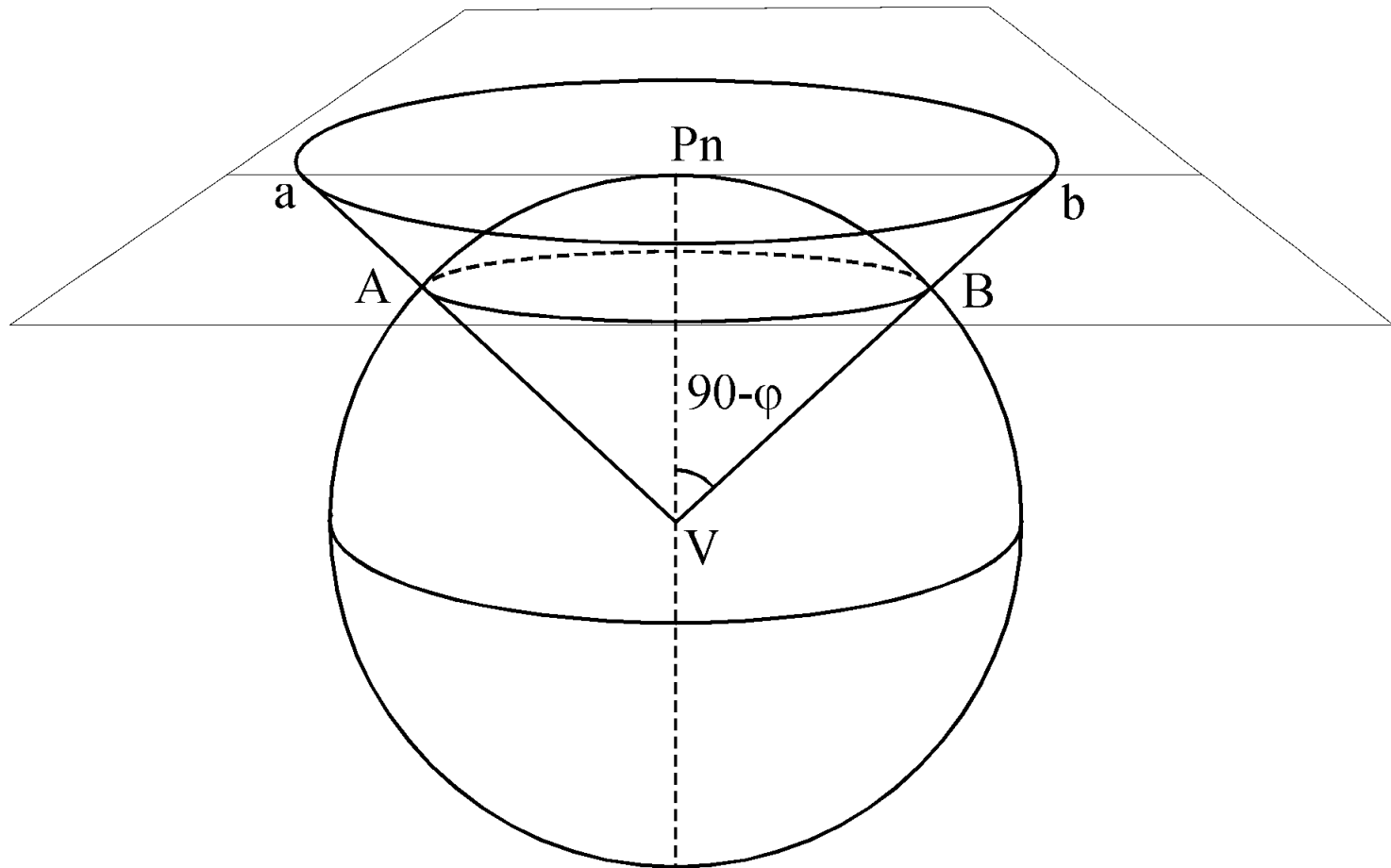


La rappresentazione cartografica

Proiezione gnomonica polare

- Nella proiezione gnomonica polare il piano di proiezione è tangente alla sfera terrestre rappresentativa in uno dei poli che diventa il centro della carta.
- Poiché il punto di vista è al centro della sfera, i meridiani sono rappresentati da rette passanti per il polo formanti tra loro gli stessi angoli che i meridiani formano sulla Terra.
- I paralleli, invece, sono circonferenze concentriche aventi come centro comune il polo; essi si ottengono intersecando il piano di proiezione con i coni di semiapertura uguale a $90^\circ - \varphi$ e con il vertice comune posto nel punto di vista V .

La rappresentazione cartografica



La rappresentazione cartografica



- L'equatore non può essere rappresentato poiché il suo piano è parallelo al piano del quadro;
- a maggior ragione non possono essere rappresentati i punti posti nell'emisfero opposto a quello del polo di tangenza in quanto le visuali condotte per essi non incontrerebbero il piano di proiezione.
- Questa caratteristica è comune a tutte le carte gnomoniche che possono, pertanto, rappresentare soltanto parte di un emisfero.

La rappresentazione cartografica



- Assumendo come asse di riferimento la retta rappresentativa del meridiano di Greenwich e considerando il valore del raggio della sfera terrestre rappresentativa come unità di misura (il che equivale a porre $r = 1$), le coordinate polari ω, ρ di un punto a , proiezione del punto A di coordinate φ, λ , sono:

La rappresentazione cartografica



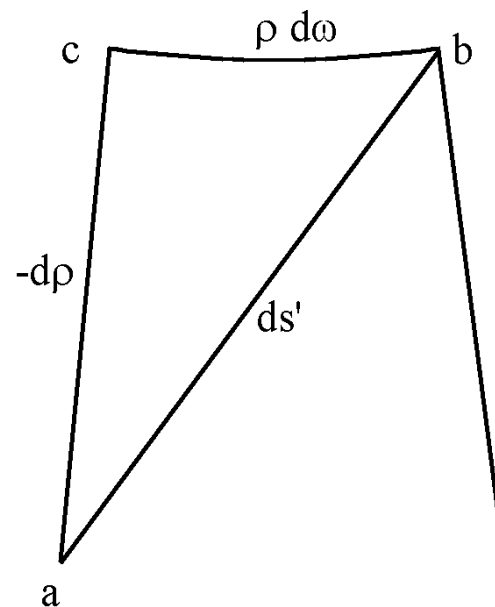
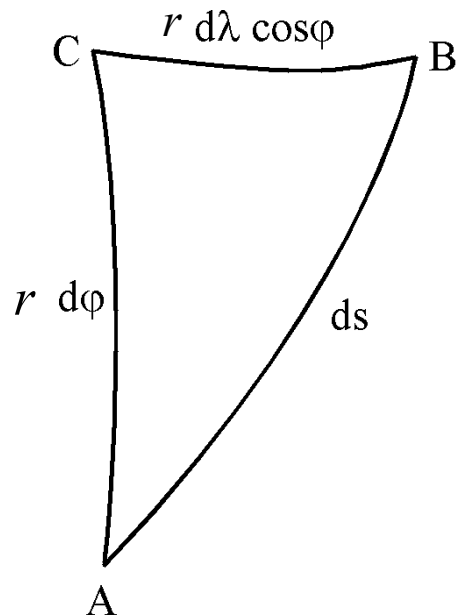
$$\omega = \lambda$$

$$\rho = r \cot \varphi$$

- dove la seconda relazione si ricava dal triangolo aP_nV , rettangolo in P_n .
- Il modulo di riduzione lineare lungo il meridiano è dato da:

La rappresentazione cartografica

$$n_m = \frac{ac}{AC} = \frac{-d\rho}{rd\varphi} = \frac{r[\cot\varphi - \cot(\varphi + d\varphi)]}{rd\varphi}$$



La rappresentazione cartografica

- Esprimendo la cotangente in funzione del rapporto coseno/seno, e con le solite approssimazioni, si ha:

$$n_m = \frac{1}{\text{sen}^2 \varphi}$$

- Il modulo n_p lungo il parallelo è invece uguale a:

$$n_p = \frac{bc}{BC} = \frac{\rho d\omega}{d\lambda \cos \varphi} = \frac{1}{\text{sen} \varphi}$$

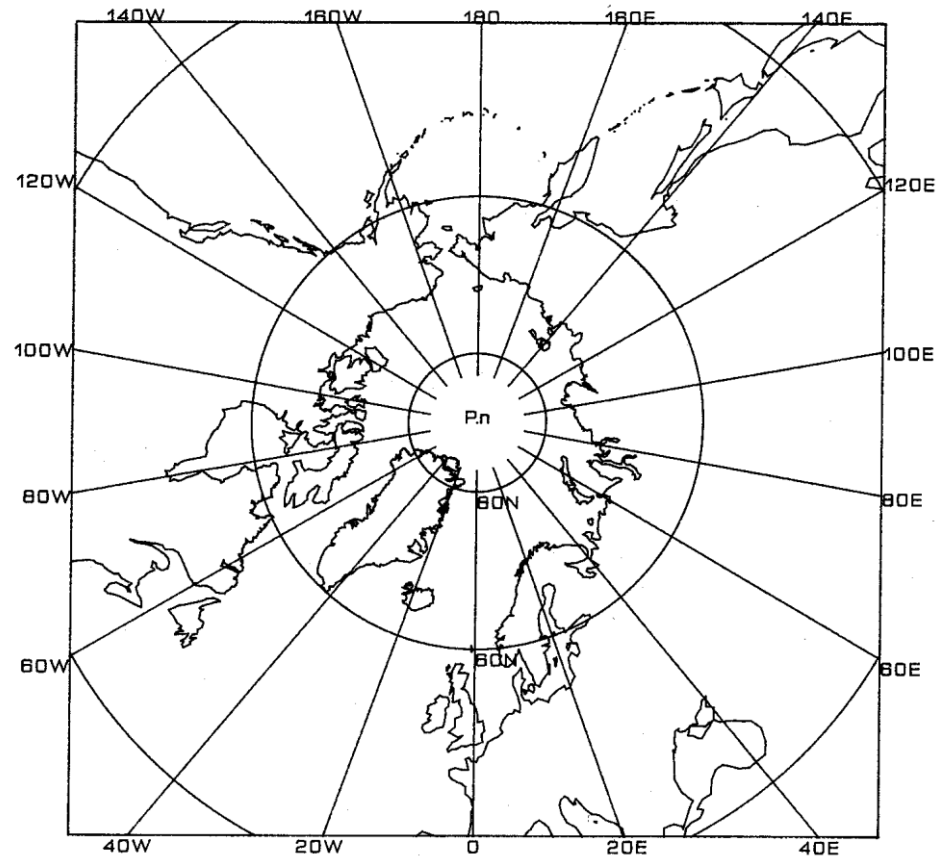
La rappresentazione cartografica



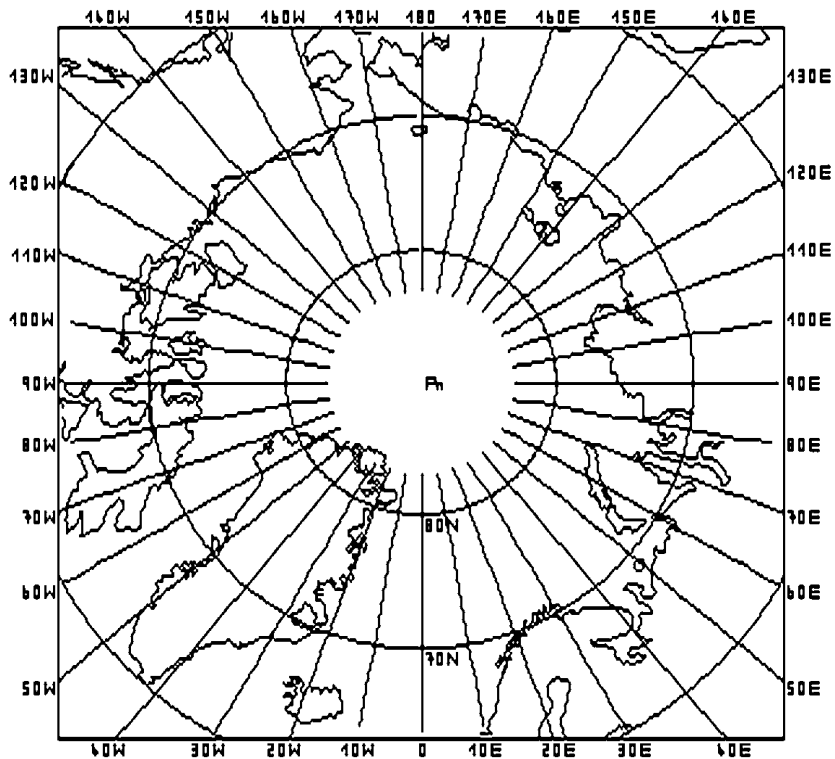
- Poiché $n_p \neq n_m$ la carta non è isogona;
- soltanto nelle vicinanze del polo, essendo $\varphi \cong 90^\circ$, i due moduli possono ritenersi uguali.

La rappresentazione cartografica

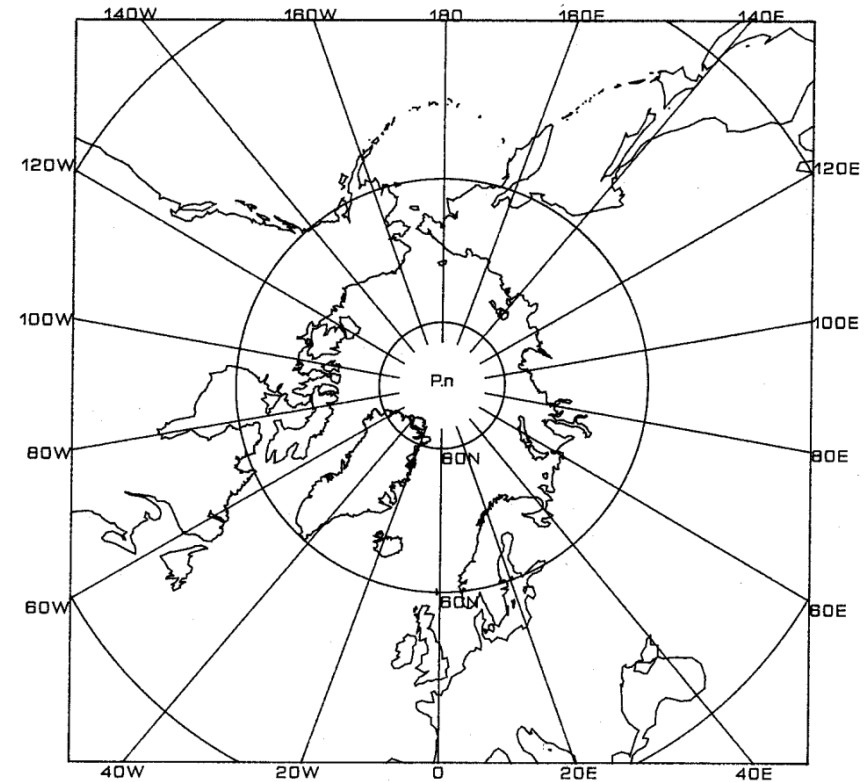
Carta gnomonica polare



La rappresentazione cartografica



Carta stereografica polare



Carta gnomonica polare