Capitolo 2

MISSILI LANCIATORI

SOLUZIONE ESERCIZI PROPOSTI (Vedi testo pag. 189)

ESERCIZIO 1
Con i dati del problema, satellite GPS, sapendo che la costante di gravitazione universale G = 6,67 10^{-11} Nm^2/Kg^2, e la massa della Terra M_T = 5,972 10^{24} Kg, calcolo il periodo orbitale:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G\,M_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{26560000^3}{6{,}67\ 10^{-11}\ 5{,}972\ 10^{24}}} = 43092\ s = 11^h 58' 12''$$

Calcolo il moto medio del satellite:

$$\omega_m = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{43092} = 0{,}00014\ rad/s$$

==

ESERCIZIO 2
Con i dati del problema, satellite, sapendo che la costante di gravitazione universale G = 6,67 10^{-11} Nm^2/Kg^2, e la massa della Terra M_T = 5,972 10^{24} Kg, calcolo il periodo orbitale:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G\,M_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{6951100^3}{6{,}67\ 10^{-11}\ 5{,}972\ 10^{24}}} = 5769\ s = 1^h 36' 09''$$

Calcolo il moto medio del satellite:

$$\omega_m = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5769} = 0{,}0011\ rad/s$$

Calcolo la quota di passaggio al perigeo:

$$h_P = a\,(1-e) - R_T = 6951{,}1\,(1-0{,}028) - 6371 = 385\ Km$$

Calcolo la quota di passaggio all'apogeo:

$$h_A = a\,(1+e) - R_T = 6951{,}1\,(1+0{,}028) - 6371 = 775\ Km$$

==

ESERCIZIO 3
Con i dati del problema, satellite, sapendo che il periodo orbitale T = 4^h = 14400 sec, la costante di gravitazione universale G = 6,67 10^{-11} Nm^2/Kg^2, e la massa della Terra M_T = 5,972 10^{24} Kg, calcolo il semiasse maggiore:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{G\,M_T}} \quad \rightarrow \quad a = \sqrt[3]{G\,M_T \left(\frac{T}{2\,\pi}\right)^2} = \sqrt[3]{6{,}67\ 10^{-11}\ 5{,}972\ 10^{24} \left(\frac{14400}{2\,\pi}\right)^2} = 12789992\ m = 12790\ Km$$

Calcolo la quota del satellite (orbita circolare):

$$h = a - R_T = 12790 - 6371 = 6419\ Km$$

==

ESERCIZIO 4

Con i dati del problema, satellite Explorer VI, imposto il seguente sistema di due equazioni in due incognite:

$$h_P = a\,(1-e) - R_T \quad \rightarrow \quad 252 = a\,(1-e) - 6371 \quad \rightarrow \quad 6623 = a - ae$$

$$h_A = a\,(1+e) - R_T \quad \rightarrow \quad 42450 = a\,(1+e) - 6371 \quad \rightarrow \quad 48821 = a + ae$$

Dalla prima equazione ricavo:

$$ae = a - 6623$$

E sostituisco nella seconda equazione:

$$44821 = a + a - 6623$$

Da cui posso ricavare il semiasse maggiore:

$$a = \frac{44821 + 6623}{2} = 27722\ Km$$

Quindi l'eccentricità risulta:

$$e = \frac{a - 6623}{a} = \frac{27722 - 6623}{27722} = 0{,}761$$

Ora calcolo il periodo orbitale:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G\,M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{27722000^3}{6{,}67\ 10^{-11}\ 5{,}972\ 10^{24}}} = 45951\ s = 12^h 45' 51''$$

==

ESERCIZIO 5

Con i dati del problema, telescopio spaziale HUBBLE, calcolo il periodo orbitale:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G\,M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{6919900^3}{6{,}67\ 10^{-11}\ 5{,}972\ 10^{24}}} = 5730\ s = 1^h 35' 30''$$

Calcolo il moto medio del telescopio spaziale Hubble:

$$\omega_m = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5730} = 0{,}001096\ rad/s$$

Calcolo la velocità all'apogeo:

$$V_A = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R_T + h_A}} = \sqrt{\frac{6{,}67\ 10^{-11}\ 5{,}972\ 10^{24}}{6371000 + 543700}} = 7590\ m/s$$

Calcolo la velocità al perigeo:

$$V_p = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R_T + h_p}} = \sqrt{\frac{6{,}67\ 10^{-11}\ 5{,}972\ 10^{24}}{6371000 + 539800}} = 7592\ m/s$$

Quindi la velocità media risulta;

$$V_m = \frac{V_A + V_p}{2} = \frac{7590 + 7592}{2} = 7591\ m/s = 27327\ Km/h$$

Calcolo il semiasse minore:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = a\sqrt{1 - e^2} = 6919{,}9\sqrt{1 - 0{,}000284^2} = 6919{,}8\ Km$$

==

Maurizio

FORMULARIO ESSENZIALE

MISSILI LANCIATORI

Definizioni	Formule
1° Legge di Keplero: Ogni satellite descrive attorno alla Terra un orbita ellittica di cui la Terra occupa uno dei due fuochi, l'orbita è caratterizzata dal semiasse maggiore (a) dall'eccentricità (e) e dal semiasse minore (b).	$b = \sqrt{a^2 - c^2} = a\sqrt{1 - e^2}$
2° Legge di Keplero: La quota (h) del satellite variabile: minima al **perigeo P** e massima all'**apogeo A**, R_T rappresenta il raggio della Terra considerata sferica.	$h_P = a\,(1 - e) - R_T$ $h_A = a\,(1 + e) - R_T$
3° Legge di Keplero: Permette di stabilire il periodo orbitale T del satellite, ovvero il tempo impiegato a percorrere un'orbita completa, esso è tanto maggiore quanto più grande è il semiasse maggiore. (G) è la costante di gravitazione universale = 6,67 10^{-11} Nm^2/Kg^2, (M_T) è la massa della Terra = 5,972 10^{24} Kg La velocità angolare media del satellite facendo il rapporto fra un giro completo (2π) e il tempo impiegato (T) viene definita moto medio (ω_m)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G\,M_T}}$ $\omega_m = \frac{2\pi}{T}$
Orbita Circolare Velocità orbitale del satellite, la massa del satellite non influisce sulla sua velocità, che diminuisce, invece, con l'aumentare della quota.	$V = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R_T + h}}$