Capitolo 7

CARICO DI PUNTA

SOLUZIONI ESERCIZI PROPOSTI (Vedi Testo Pag. 78 ÷ 80)

Soluzione Esercizio 1

In base ai dati del problema, ricavo l'area della sezione circolare cava:

$$A = \frac{\pi}{4}\,(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}\,(60^2 - 50^2) = 864\;mm^2$$

Calcolo il momento d'inerzia:

$$J = \frac{\pi}{64}\,(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}\,(60^4 - 50^4) = 329376\;mm^4$$

Calcolo il raggio d'inerzia:

$$\rho = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{329376}{864}} = 19{,}52\;mm$$

Ora posso calcolare il rapporto di snellezza (asta incastrata al piede e libera in sommità):

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho} = \frac{2\,l}{\rho} = \frac{2\;2000}{19{,}52} = 205$$

==

Soluzione Esercizio 2

In base ai dati del problema ricavo l'area della sezione rettangolare:

$$A = \;b\;h = 60\;80 = \;4800\;mm^2$$

Calcolo il momento d'inerzia minimo:

$$J_{min} = \frac{1}{12}\,h\,b^3 = \frac{1}{12}\,80\;60^3 = 1440000\;mm^4$$

Calcolo il raggio d'inerzia:

$$\rho = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{1440000}{4800}} = 17\;mm$$

Calcolo ora la lunghezza libera d'inflessione:

$$l_0 = \;\lambda\,\rho = 100\;17 = 1700\;mm$$

Dato che l'asta è incastrata al piede e libera in sommità, calcolo la sua lunghezza:

$$l = \frac{l_0}{2} = \frac{1700}{2} = 850\;mm$$

==

Soluzione Esercizio 3

In base ai dati del problema, dato che l'asta di sezione circolare cava con d = 0,8 D è incastrata al piede e incernierata in sommità calcolo la lunghezza libera d'inflessione l_0 = 0,7 l = 0,7 2800 = 1960 mm.

Calcolo il momento d'inerzia minimo della sezione, considerando un coefficiente di sicurezza k = 6:

$$J_{min} = \frac{F\ k\ l_0^2}{\pi^2\ E} = \frac{60000\ 6\ \ 1960^2}{\pi^2\ 210000} = 667261\ mm^4$$

Posso ora calcolare il diametro esterno (D):

$$D = \sqrt[4]{\frac{64\ J_{min}}{\pi\ (1 - 0{,}8^4)}} = \sqrt[4]{\frac{64\ 667261}{\pi\ (1 - 0{,}8^4)}} = 69\ mm$$

Quindi il diametro interno d = 0,8 D = 0,8 69 = 55 mm

===

Soluzione Esercizio 4

In base ai dati del problema, e alla figura 7 di pagina 79 dato che l'asta di comando a sezione circolare cava con d = 0,8 D è incernierata alle due estremità, calcolo la lunghezza libera d'inflessione l_0 = l = 1200 mm.

Determino la forza (F) che sollecita a carico di punta l'asta di comando dell'equilibratore:

$$F = \frac{M}{b} = \frac{420000}{240} = 1750\ N$$

Calcolo il momento d'inerzia minimo della sezione, considerando un coefficiente di sicurezza k = 1,5 tipico delle costruzioni aeronautiche e un modulo di elasticità longitudinale E = 71000 N/mm^2 (alluminio):

$$J_{min} = \frac{F\ k\ l_0^2}{\pi^2\ E} = \frac{1750\ 1{,}5\ \ 1200^2}{\pi^2\ 71000} = 5394\ mm^4$$

Posso ora calcolare il diametro esterno (D):

$$D = \sqrt[4]{\frac{64\ J_{min}}{\pi\ (1 - 0{,}8^4)}} = \sqrt[4]{\frac{64\ 5394}{\pi\ (1 - 0{,}8^4)}} = 21\ mm$$

Quindi il diametro interno d = 0,8 D = 0,8 21 = 17 mm

===

Soluzione Esercizio 5

In base ai dati del problema, e alla figura 8 di pagina 79 dato che l'asta di comando a sezione circolare cava con d = 0,8 D è incernierata alle due estremità, la lunghezza libera d'inflessione l_0 = l.

Calcolo la lunghezza della gamba del carrello:

$$l = \frac{600}{\cos 38°} = 761\ mm$$

Determino la forza (F_1) che sollecita a carico di punta la gamba del carrello:

$$F_1 = 5150\ sen\ 38° = 3171\ N$$

Determino la forza (F_2) che sollecita a flessione la gamba del carrello:

$$F_2 = 5150\ cos\ 38° = 4058\ N$$

Quindi il momento flettente generato dalla forza (F_2) risulta:

$$M_f = F_2 l = 4058\ 761 = 3088332\ Nmm$$

Quindi eseguo il dimensionamento a flessione:

$$\frac{M_f}{W_f} = \sigma_{am} \qquad W_f = \frac{M_f}{\sigma_{am}} = \frac{3088332}{500} = 6177\ mm^3$$

Posso quindi calcolare il diametro esterno (D):

$$D = \sqrt[3]{\frac{32\ W_f}{\pi\ (1-0{,}8^4)}} = \sqrt[3]{\frac{32\ 6177}{\pi\ (1-0{,}8^4)}} = 47\ mm$$

Quindi il diametro interno d = 0,8 D = 0,8 47 = 37 mm

Calcolo il momento d'inerzia della sezione circolare cava:

$$J = \frac{\pi}{64}\ (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}\ (47^4 - 37^4) = 147533\ mm^4$$

Ora verifico la gamba del carrello a carico di punta, calcolo il carico critico che la rottura:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2\ E\ J}{l_0^2} = \frac{\pi^2\ 71000\ 147533}{761^2} = 178516\ N$$

Dato che la forza (F_1) che sollecita la gamba del carrello a carico di punta è 3171 N, calcolo il coefficiente di sicurezza (k):

$$k = \frac{P_{cr}}{F_1} = \frac{178516}{3171} = 56$$

Quindi ampiamente verificata

===

Soluzione Esercizio 6

In base ai dati del problema, considero l'asta della pompa a sezione circolare incernierata alle due estremità, quindi la lunghezza libera d'inflessione $l_0 = l = 1300$ mm.

Calcolo l'area del pistone $A = \pi\ r^2 = \pi\ 150^2 = 70686\ mm^2 = 0{,}07\ m^2$

Calcolo la forza che sollecita a carico di punta l'asta, provocata da una pressione di 5 Atm = 506625 N/m^2

$$F = P\ A = 506625\ 0{,}07 = 35464\ N$$

Calcolo il momento d'inerzia minimo della sezione, considerando un coefficiente di sicurezza k = 9:

$$J_{min} = \frac{F\ k\ l_0^2}{\pi^2\ E} = \frac{35464\ 9\ \ 1300^2}{\pi^2\ 210000} = 260254\ mm^4$$

Posso ora calcolare il diametro dell'asta:

$$D = \sqrt[4]{\frac{64\ J}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64\ 260254}{\pi}} = 48\ mm$$

===

Soluzione Esercizio 7

In base ai dati del problema, considero l'asta a sezione circolare incernierata alle due estremità, quindi la lunghezza libera d'inflessione $l_0 = l = 1700$ mm.

Calcolo il momento d'inerzia minimo della sezione, considerando un coefficiente di sicurezza k = 4:

$$J_{min} = \frac{F\ k\ l_0^2}{\pi^2\ E} = \frac{500000\ 4\ \ 1700^2}{\pi^2\ 210000} = 2788745\ mm^4$$

Posso ora calcolare il diametro dell'asta:

$$D = \sqrt[4]{\frac{64\ J}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64\ 2788745}{\pi}} = 87\ mm$$

===

Soluzione Esercizio 8

In base ai dati del problema precedente, ricavo l'area della sezione circolare:

$$A = \frac{\pi}{4}\ D^2 = \frac{\pi}{4}\ 87^2 = \ 5945\ mm^2$$

Calcolo il momento d'inerzia:

$$J = \frac{\pi}{64}\ D^4 = 2812204\ mm^4$$

Calcolo il raggio d'inerzia:

$$\rho = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{2812204}{5945}} = 21{,}7\ mm$$

Ora posso calcolare il rapporto di snellezza (asta incernierata alle due estremità):

$$\lambda = \frac{l_0}{\rho} = \frac{l}{\rho} = \frac{1700}{21{,}7} = 78$$

===

Soluzione Esercizio 9

In base ai dati del problema, dato che l'asta di sezione rettangolare (60 x 80):

Calcolo l'area della sezione: $A = b\ h = 60\ 80 = 4800\ mm^2$

Calcolo il momento d'inerzia minimo:

$$J_{min} = \frac{1}{12}\ h\ b^3 = \frac{1}{12}\ 80\ 60^3 = 1440000\ mm^4$$

Calcolo il raggio d'inerzia:

$$\rho = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{1440000}{4800}} = 17\ mm$$

Calcolo ora la lunghezza libera d'inflessione:

$$l_0 = \ \lambda\ \rho = 100\ 17 = 1700\ mm$$

Dato che l'asta è incastrata al piede e libera in sommità, calcolo la sua lunghezza:

$$l = \frac{l_0}{2} = \frac{1700}{2} = 850\ mm$$

===

Soluzione Esercizio 10

In base ai dati del problema, asta di sezione quadrata incernierata alle due estremità quindi $l_0 = l$

Calcolo il raggio d'inerzia:

$$\rho = \frac{l}{\lambda} = \frac{1200}{120} = 10\ mm$$

Dalla formula inversa del raggio d'inerzia (sezione quadrata) posso ora ricavare il lato (L) della sezione:

$$L = \sqrt{12}\,\rho = \sqrt{12}\,10 = 34{,}6\ mm$$

===

Maurizio