

Capitolo 6

DIAGRAMMI DELLE SOLLECITAZIONI

SOLUZIONI ESERCIZI PROPOSTI (Vedi Testo Pag. 69 ÷ 71)

Soluzione Esercizio 1

In base ai dati del problema e alla figura 11 di pagina 69, inizio calcolando le reazioni vincolari e come si vede il vincolo in **A è una cerniera** e reagisce con R_{AX} e R_{AY} , mentre il vincolo in **B è un carrello** e reagisce con R_B .

- Considero positivo il momento in senso orario
- Considero positivo una forza rivolta verso l'alto
- Considero positiva una forza rivolta verso destra

$$\Sigma M_A = 0 \quad 80 \cdot 1 + 150 \cdot 3 + 100 \cdot 5,5 - R_B \cdot 9 = 0 \quad \text{da cui ricavo} \quad R_B = (80 + 450 + 550)/9 = \mathbf{120 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_Y = 0 \quad R_{AY} - 80 - 150 - 100 + R_B = 0 \quad \text{da cui ricavo} \quad R_{AY} = 80 + 150 + 100 - 120 = \mathbf{210 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_X = 0 \quad \mathbf{R_{AX} = 0}$$

Diagramma Momento flettente:

$$M_A = 0$$

$$M_C = R_{AY} \cdot 1 = 210 \text{ Nm}$$

$$M_D = R_{AY} \cdot 3 - 80 \cdot 2 = 630 - 160 = 470 \text{ Nm}$$

$$M_E = R_{AY} \cdot 5,5 - 80 \cdot 4,5 - 150 \cdot 2,5 = 1155 - 360 - 375 = 420 \text{ Nm}$$

$$M_B = R_{AY} \cdot 9 - 80 \cdot 8 - 150 \cdot 6 - 100 \cdot 3,5 = 1890 - 640 - 900 - 350 = 0$$

Diagramma Taglio:

$$T_A = R_{AY} = 210 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ sinistro}} = 210 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ destro}} = 210 - 80 = 130 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ sinistro}} = 130 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ destro}} = 130 - 150 = -20 \text{ N}$$

$$T_{E \text{ sinistro}} = -20 \text{ N}$$

$$T_{E \text{ destro}} = -20 - 100 = -120 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ sinistro}} = -120 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ destro}} = -120 + R_B = -120 + 120 = 0$$

=====

Soluzione Esercizio 2

In base ai dati del problema e alla figura 12 di pagina 69, inizio calcolando le reazioni vincolari e come si vede il vincolo in **A è una cerniera** e reagisce con R_{AX} e R_{AY} , mentre il vincolo in **B è un carrello** e reagisce con R_B .

- Considero positivo il momento in senso orario

- Considero positivo una forza rivolta verso l'alto
- Considero positiva una forza rivolta verso destra

$$\Sigma M_A = 0 \quad 250 \sin 45^\circ 4 + 1000 8 + 50 6 13 - R_B 16 = 0 \quad \text{da cui ricavo } R_B = (708 + 8000 + 3900)/16 = \mathbf{788 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_Y = 0 \quad R_{AY} - 250 \sin 45^\circ - 1000 - 50 6 + R_B = 0 \quad \text{da cui ricavo } R_{AY} = 177 + 1000 + 300 - 788 = \mathbf{689 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_X = 0 \quad R_{AX} + 250 \cos 45^\circ = 0 \quad \text{da cui ricavo } R_{AX} = \mathbf{-177 \text{ N}}$$

Diagramma Momento flettente:

$$M_A = 0$$

$$M_C = R_{AY} 4 = 2756 \text{ Nm}$$

$$M_D = R_{AY} 8 - 250 \sin 45^\circ 4 = 5512 - 708 = 4804 \text{ Nm}$$

$$M_E = R_{AY} 10 - 250 \sin 45^\circ 6 - 1000 2 = 6890 - 1062 - 2000 = 3828 \text{ Nm}$$

$$M_B = R_{AY} 16 - 250 \sin 45^\circ 12 - 1000 8 - 50 6 3 = 11024 - 2124 - 8000 - 900 = 0$$

Diagramma Taglio:

$$T_A = R_{AY} = 689 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ sinistro}} = 689 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ destro}} = 689 - 177 = 512 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ sinistro}} = 512 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ destro}} = 512 - 1000 = -488 \text{ N}$$

$$T_{E \text{ sinistro}} = -488 \text{ N}$$

$$T_{E \text{ destro}} = -488 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ sinistro}} = -488 - 50 6 = -488 - 300 = -788 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ destro}} = -788 + R_B = -788 + 788 = 0$$

=====

Soluzione Esercizio 3

In base ai dati del problema e alla figura 13 di pagina 69, inizio calcolando le reazioni vincolari e come si vede il vincolo in **A è un incastro** e reagisce con R_{AX} , R_{AY} e M_A

- Considero positivo il momento in senso orario
- Considero positivo una forza rivolta verso l'alto
- Considero positiva una forza rivolta verso destra

$$\Sigma M_A = 0 \quad M_A + 200 \sin 30^\circ 4 + 1000 8 + 50 6 13 = 0 \quad \text{da cui ricavo } M_A = -400 - 8000 - 3900 = \mathbf{-12300 \text{ Nm}}$$

$$\Sigma F_Y = 0 \quad R_{AY} - 200 \sin 30^\circ - 1000 - 50 6 = 0 \quad \text{da cui ricavo } R_{AY} = 100 + 1000 + 300 = \mathbf{1400 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_X = 0 \quad R_{AX} + 200 \cos 30^\circ = 0 \quad \text{da cui ricavo } R_{AX} = \mathbf{-173 \text{ N}}$$

Diagramma Momento flettente:

$$M_A = -12300 \text{ Nm}$$

$$M_B = M_A + R_{AY} 4 = - 12300 + 1400 4 = - 12300 + 5600 = - 6700 \text{ Nm}$$

$$M_C = M_A + R_{AY} 8 - 200 \text{ sen } 30^\circ 4 = - 12300 + 11200 - 400 = -1500 \text{ Nm}$$

$$M_D = M_A + R_{AY} 10 - 200 \text{ sen } 30^\circ 6 - 1000 2 = - 12300 + 14000 - 600 - 2000 = - 900 \text{ Nm}$$

$$M_E = M_A + R_{AY} 16 - 200 \text{ sen } 30^\circ 12 - 1000 8 - 50 6 3 = - 12300 + 22400 - 1200 - 8000 - 900 = 0$$

Diagramma Taglio:

$$T_A = R_{AY} = 1400 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ sinistro}} = 1400 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ destro}} = 1400 - 100 = 1300 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ sinistro}} = 1300 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ destro}} = 1300 - 1000 = 300 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ sinistro}} = 300 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ destro}} = 300 \text{ N}$$

$$T_E = 300 - 50 6 = 300 - 300 = 0 \text{ N}$$

=====

Soluzione Esercizio 4

In base ai dati del problema e alla figura 14 di pagina 70, inizio calcolando le reazioni vincolari e come si vede il vincolo in A è un **incastro** e reagisce con R_{AX} , R_{AY} e M_A

- Considero positivo il momento in senso orario
- Considero positivo una forza rivolta verso l'alto
- Considero positiva una forza rivolta verso destra

$$\Sigma M_A = 0 \quad M_A + 200 \text{ sen } 30^\circ 5 + 1000 \text{ sen } 60^\circ 9 + 50 \text{ sen } 45^\circ 17 = 0 \quad M_A = - 500 - 7794 - 601 = - 8895 \text{ Nm}$$

$$\Sigma F_Y = 0 \quad R_{AY} - 200 \text{ sen } 30^\circ - 1000 \text{ sen } 60^\circ - 50 \text{ sen } 45^\circ = 0 \quad R_{AY} = 100 + 866 + 35 = 1001 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad R_{AX} + 200 \text{ cos } 30^\circ - 1000 \text{ cos } 60^\circ + 50 \text{ cos } 45^\circ = 0 \quad R_{AX} = - 173 + 500 - 35 = 292 \text{ N}$$

Diagramma Momento flettente:

$$M_A = - 8895 \text{ Nm}$$

$$M_B = M_A + R_{AY} 5 = - 8895 + 1001 5 = - 8895 + 5005 = - 3890 \text{ Nm}$$

$$M_C = M_A + R_{AY} 9 - 200 \text{ sen } 30^\circ 4 = - 8895 + 1001 9 - 400 = - 8895 + 9009 - 400 = - 286 \text{ Nm}$$

$$M_D = M_A + R_{AY} 17 - 200 \text{ sen } 30^\circ 12 - 1000 \text{ sen } 60^\circ 8 = - 8895 + 17017 - 1200 - 6928 = 0$$

$$M_E = 0$$

Diagramma Taglio:

$$T_A = R_{AY} = 1001 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ sinistro}} = 1001 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ destro}} = 1001 - 200 \text{ sen } 30^\circ = 901 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ sinistro}} = 901 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ destro}} = 901 - 1000 \sin 60^\circ = 35 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ sinistro}} = 35 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ destro}} = 35 - 50 \sin 45^\circ = 0$$

$$T_E = 0$$

Soluzione Esercizio 5

In base ai dati del problema e alla figura 15 di pagina 70, inizio calcolando le reazioni vincolari e come si vede il vincolo in **A è una cerniera** e reagisce con R_{AX} e R_{AY} , mentre il vincolo in **B è un carrello** e reagisce con R_B .

- Considero positivo il momento in senso orario
- Considero positivo una forza rivolta verso l'alto
- Considero positiva una forza rivolta verso destra

$$\Sigma M_A = 0 \quad 250 \sin 45^\circ 5 - R_B 11 + 100 \sin 30^\circ 16 = 0 \quad \text{da cui ricavo } R_B = (884 + 800)/11 = \mathbf{153 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_Y = 0 \quad R_{AY} - 250 \sin 45^\circ + R_B - 100 \sin 30^\circ = 0 \quad \text{da cui ricavo } R_{AY} = 177 - 153 + 50 = \mathbf{74 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_X = 0 \quad R_{AX} + 250 \cos 45^\circ - 100 \cos 30^\circ = 0 \quad \text{da cui ricavo } R_{AX} = \mathbf{-177 + 87 = -90 \text{ N}}$$

Diagramma Momento flettente:

$$M_A = 0$$

$$M_C = R_{AY} 5 = 370 \text{ Nm}$$

$$M_B = R_{AY} 11 - 250 \sin 45^\circ 6 = 814 - 1061 = -247 \text{ Nm}$$

$$M_D = R_{AY} 16 - 250 \sin 45^\circ 11 + R_B 5 = 1184 - 1944 + 765 = 0$$

Diagramma Taglio:

$$T_A = R_{AY} = 74 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ sinistro}} = 74 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ destro}} = 74 - 250 \sin 45^\circ = 74 - 177 = -103 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ sinistro}} = -103 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ destro}} = -103 + R_B = -103 + 153 = 50 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ sinistro}} = 50 \text{ N}$$

$$T_{D \text{ destro}} = 50 - 100 \sin 30^\circ = 0$$

Soluzione Esercizio 6

In base ai dati del problema e alla figura 16 di pagina 70, inizio calcolando le reazioni vincolari e come si vede il vincolo in **A è una cerniera** e reagisce con R_{AX} e R_{AY} , mentre il vincolo in **B è un carrello** e reagisce con R_B .

- Considero positivo il momento in senso orario
- Considero positivo una forza rivolta verso l'alto
- Considero positiva una forza rivolta verso destra

$$\Sigma M_A = 0 \quad - 50 \cdot 5 \cdot 2,5 + 250 \cdot \sin 45^\circ \cdot 6 - R_B \cdot 9 + 50 \cdot 7 \cdot 12,5 = 0 \quad R_B = (- 625 + 1061 + 4375)/9 = 534 \text{ N}$$

$$\Sigma F_Y = 0 \quad - 50 \cdot 5 + R_{AY} - 250 \cdot \sin 45^\circ + R_B - 50 \cdot 7 = 0 \quad R_{AY} = 250 + 177 - 534 + 350 = 243 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad R_{AX} + 250 \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad \text{da cui ricavo} \quad R_{AX} = - 177 \text{ N}$$

Diagramma Momento flettente:

$$M_C = 0$$

$$M_A = - 50 \cdot 5 \cdot 2,5 = - 625 \text{ Nm}$$

$$M_D = - 50 \cdot 5 \cdot 8,5 + R_{AY} \cdot 6 = - 2125 + 1458 = - 667 \text{ Nm}$$

$$M_B = - 50 \cdot 5 \cdot 11,5 + R_{AY} \cdot 9 - 250 \cdot \sin 45^\circ \cdot 3 = - 2875 + 2187 - 531 = - 1219 \text{ Nm}$$

$$M_E = - 50 \cdot 5 \cdot 18,5 + R_{AY} \cdot 16 - 250 \cdot \sin 45^\circ \cdot 10 + R_B \cdot 7 - 50 \cdot 7 \cdot 3,5 = - 4625 + 3888 - 1770 + 3738 - 1225 = 0$$

Diagramma Taglio:

$$T_C = 0$$

$$T_{A \text{ sinistro}} = - 50 \cdot 5 = - 250 \text{ N}$$

$$T_{A \text{ destro}} = - 250 + R_{AY} = - 250 + 243 = - 7 \text{ N}$$

$$T_D \text{ sinistro} = - 7 \text{ N}$$

$$T_D \text{ destro} = - 7 - 250 \cdot \sin 45^\circ = - 7 - 177 = - 184 \text{ N}$$

$$T_B \text{ sinistro} = - 184 \text{ N}$$

$$T_B \text{ destro} = - 184 + R_B = - 184 + 534 = 350 \text{ N}$$

$$T_E = 350 - 50 \cdot 7 = 0$$

Soluzione Esercizio 7

In base ai dati del problema e alla figura 17 di pagina 71, inizio calcolando le reazioni vincolari e come si vede il vincolo in A è un **incastro** e reagisce con R_{AX} , R_{AY} e M_A

- Considero positivo il momento in senso orario
- Considero positivo una forza rivolta verso l'alto
- Considero positiva una forza rivolta verso destra

$$\Sigma M_A = 0 \quad M_A + 80 \cdot 1,5 \cdot 0,75 + 200 \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 = 0 \quad M_A = - 90 - 300 = - 390 \text{ Nm}$$

$$\Sigma F_Y = 0 \quad R_{AY} - 80 \cdot 1,5 - 200 \cdot \sin 30^\circ = 0 \quad R_{AY} = 120 + 100 = 220 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad R_{AX} - 200 \cdot \cos 30^\circ = 0 \quad R_{AX} = 173 \text{ N}$$

Diagramma Momento flettente:

$$M_A = - 390 \text{ Nm}$$

$$M_B = M_A + R_{AY} \cdot 1,5 - 80 \cdot 5 \cdot 0,75 = - 390 + 330 - 300 = - 360 \text{ Nm}$$

$$M_C = M_A + R_{AY} 3 - 80 \cdot 1,5 \cdot 2,25 = -390 + 6620 - 270 = 5960 \text{ Nm}$$

$$M_D = M_A + R_{AY} 4 - 80 \cdot 1,5 \cdot 3,25 - 200 \cdot \sin 30^\circ \cdot 1 = -390 + 880 - 390 - 100 = 0$$

Diagramma Taglio:

$$T_A = R_{AY} = 220 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ sinistro}} = 220 - 80 \cdot 1,5 = 220 - 120 = 100 \text{ N}$$

$$T_{B \text{ destro}} = 100 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ sinistro}} = 100 \text{ N}$$

$$T_{C \text{ destro}} = 100 - 200 \cdot \sin 30^\circ = 100 - 100 = 0 \text{ N}$$

$$T_D = 0$$

=====

Maurizio