Capitolo 5

SOLLECITAZIONI COMPOSTE

SOLUZIONI ESERCIZI PROPOSTI (Vedi Testo Pag. 55 ÷ 57)

Soluzione Esercizio 1

In base ai dati del problema, si può ritenere che l'albero dell'elica sia soggetto a sollecitazione composta di trazione e torsione. La trazione produce una tensione interna:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi\, r^2} = \frac{60000}{\pi\, 30^2} = 21{,}22\ N/mm^2$$

La potenza trasmessa dall'albero W = 90 CV = 90 0,735 = 66 kW e la sua velocità angolare è:

$$\omega = \frac{2\,\pi\, n}{60} = \frac{2\,\pi\, 5000}{60} = 523{,}6\ rad/sec$$

Quindi calcolo la coppia all'albero:

$$C = \frac{W}{\omega} = \frac{66000}{523{,}6} = 126\ Nm$$

Questa coppia è uguale al momento torcente (M_t) che sollecita l'albero, quindi posso calcolare la tensione ideale (σ_{id}) provocata dalla trazione e dal momento torcente (vedi formula a pagina 52):

$$\sigma_{id} = \frac{F}{\pi\, r^2}\sqrt{1 + 3\,\frac{4\, M_t^2}{F^2\, r^2}} = \frac{60000}{\pi\, 30^2}\sqrt{1 + 3\,\frac{4\ 126000^2}{60000^2\ 30^2}} = 21{,}83\ N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{id}} = \frac{600}{21{,}83} = 27$$

==

Soluzione Esercizio 2

In base ai dati del problema precedente considerando l'albero dell'elica cavo internamente ottengo effettuo i seguenti calcoli.

La trazione produce una tensione interna:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi\,(R^2 - r^2)} = \frac{60000}{\pi\,(40^2 - 30^2)} = 27{,}28\ N/mm^2$$

La tensione ideale (σ_{id}) provocata dalla trazione e dal momento torcente risulta:

$$\sigma_{id} = \frac{F}{\pi\,(R^2 - r^2)}\sqrt{1 + 3\,\frac{4\, M_t^2}{F^2\,(R^2 - r^2)}} = \frac{60000}{\pi\,(40^2 - 30^2)}\sqrt{1 + 3\,\frac{4\ 126000^2}{60000^2\,(40^2 - 30^2)}} = 29{,}34\ N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{id}} = \frac{600}{29{,}34} = 20$$

==

Soluzione Esercizio 3

In base ai dati del problema e alla figura 6 di pagina 55, la trave è sollecitata a compressione con una forza F = 5000 cos 30° = 4330 N e a flessione con un momento flettente M_f = (5000 sen 30°) 3 = 7500 Nm.

La sezione della trave è rettangolare (60 x 80), di area A = 4800 mm², e posso calcolare il suo modulo di resistenza a flessione (vedi tabella a pagina 27):

$$W_f = \frac{1}{6}\, b\, h^2 = \frac{1}{6}\, 60\; 80^2 = 64000\; mm^3$$

Calcolo ora la tensione ideale (σ_{id}) provocata dalla forza assiale e dal momento flettente (vedi formula a pagina 52):

$$\sigma_{id} = \frac{F}{A} + \frac{M_f}{W_f} = \frac{4330}{4800} + \frac{7500000}{64000} = 118\; N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{id}} = \frac{550}{118} = 4{,}66$$

==

Soluzione Esercizio 4

In base ai dati del problema e alla figura 7 di pagina 55, la trave è sollecitata a compressione con una forza F = F_1 + F_2 = 6500 N e a flessione con un momento flettente M_f = - F_1 1,5 + F_2 1,5 = 750 Nm.

La sezione della trave è quadrata (40 x 40), di area A = 1600 mm², e posso calcolare il suo modulo di resistenza a flessione (vedi tabella a pagina 27):

$$W_f = \frac{1}{6}\, b^3 = \frac{1}{6}\, 40^3 = 10667\; mm^3$$

Calcolo ora la tensione ideale (σ_{id}) provocata dalla forza assiale e dal momento flettente (vedi formula a pagina 52):

$$\sigma_{id} = \frac{F}{A} + \frac{M_f}{W_f} = \frac{6500}{1600} + \frac{750000}{10667} = 74{,}37\; N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{id}} = \frac{750}{74{,}37} = 10$$

==

Soluzione Esercizio 5

In base ai dati del problema e alla figura 8 di pagina 56, la trave è sollecitata a taglio con una forza T = 2500 N e a flessione con un momento flettente M_f = 2500 1,5 = 3750 Nm.

La sezione della trave è quadrata (60 x 60), di area A = 3600 mm², e posso calcolare il suo modulo di resistenza a flessione (vedi tabella a pagina 27):

$$W_f = \frac{1}{6}\, b^3 = \frac{1}{6}\, 60^3 = 36000\; mm^3$$

Calcolo la tensione tangenziale prodotta dalla sollecitazione di taglio:

$$\tau = \frac{3}{2}\frac{T}{A} = \frac{3}{2}\frac{2500}{3600} = 1{,}04\; N/mm^2$$

Calcolo la tensione normale provocata dal momento flettente:

$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} = \frac{3750000}{36000} = 104\ N/mm^2$$

Calcolo ora la tensione ideale (σ_{id}) provocata dal taglio e dal momento flettente (vedi formula a pagina 54):

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2} = \sqrt{104^2 + 3\ 1{,}04^2} = 104\ N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{id}} = \frac{420}{104} = 4$$

==

Soluzione Esercizio 6

In base ai dati del problema e alla figura 9 di pagina 56, la trave è sollecitata a taglio con una forza T = F_1 = 1000 N e a flessione con un momento flettente massimo M_f = 1000 Nm, doppio di quello che si verifica all'incastro.

Conoscendo il coefficiente di sicurezza, calcolo la tensione ideale:

$$\sigma_{id} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{390}{3} = 130\ N/mm^2$$

La tensione ideale (σ_{id}) provocata dal taglio e dal momento flettente (vedi formula a pagina 54) è la seguente:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2} = \sqrt{(\frac{M_f}{W_f})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{T}{A})^2}$$

Dato che il modulo di resistenza a flessione per una sezione rettangolare (b = 0,6 h) è uguale a:

$$W_f = \frac{1}{6}\ 0{,}6\ h^3$$

E l'area della sezione è A = 0,6 h^2, posso ricavare h come formula inversa di (σ_{id}), ma in modo più semplice posso trascurare la tensione tangenziale dovuta al taglio e ricavare (h) in questo modo:

$$\sigma_{id} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{M_f}{0{,}1\ h^3} \quad da\ cui\ \ h = \sqrt[3]{\frac{M_f}{0{,}1\ \sigma_{id}}} = \sqrt[3]{\frac{1000000}{0{,}1\ 130}} = 42{,}5\ mm$$

Per cui la dimensione b = 0,6 h = 0,6 42,5 = 25,5 mm

Ora conoscendo la dimensioni della trave posso verificarla a sollecitazioni composte ricavando la nuova (σ_{id}), con la formula:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2}$$

==

Soluzione Esercizio 7

In base ai dati del problema e alla figura 10 di pagina 56, la trave è sollecitata a taglio con una forza T = 3000 N e a flessione con un momento flettente massimo M_f = 6000 Nm.

Conoscendo il coefficiente di sicurezza, calcolo la tensione ideale:

$$\sigma_{id} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{360}{3} = 120\ N/mm^2$$

La tensione ideale (σ_{id}) provocata dal taglio e dal momento flettente (vedi formula a pagina 54) è la seguente:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2} = \sqrt{(\frac{M_f}{W_f})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{T}{A})^2}$$

Dato che il modulo di resistenza a flessione per una sezione rettangolare (b = 0,5 h) è uguale a:

$$W_f = \frac{1}{6}\,0{,}5\,h^3$$

E l'area della sezione è A = 0,5 h^2, posso ricavare h come formula inversa di (σ_{id}), ma in modo più semplice posso trascurare la tensione tangenziale dovuta al taglio e ricavare (h) in questo modo:

$$\sigma_{id} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{M_f}{0{,}083\,h^3} \quad da\ cui\ \ h = \sqrt[3]{\frac{M_f}{0{,}083\,\sigma_{id}}} = \sqrt[3]{\frac{6000000}{0{,}083\ 120}} = 84\ mm$$

Per cui la dimensione b = 0,5 h = 0,5 84 = 42 mm
Ora conoscendo la dimensioni della trave posso verificarla a sollecitazioni composte ricavando la nuova (σ_{id}), con la formula:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2}$$

==

Soluzione Esercizio 8

In base ai dati del problema e alla figura 11 di pagina 56, la trave è sollecitata a taglio con una forza T = - 1134 N e a flessione con un momento flettente massimo M_f = 536 Nm.

Conoscendo il coefficiente di sicurezza, calcolo la tensione ideale:

$$\sigma_{id} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{380}{2{,}5} = 152\ N/mm^2$$

La tensione ideale (σ_{id}) provocata dal taglio e dal momento flettente (vedi formula a pagina 54) è la seguente:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2} = \sqrt{(\frac{M_f}{W_f})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{T}{A})^2}$$

Dato che il modulo di resistenza a flessione per una sezione rettangolare (b = 0,7 h) è uguale a:

$$W_f = \frac{1}{6}\,0{,}7\,h^3$$

E l'area della sezione è A = 0,7 h^2, posso ricavare h come formula inversa di (σ_{id}), ma in modo più semplice posso trascurare la tensione tangenziale dovuta al taglio e ricavare (h) in questo modo:

$$\sigma_{id} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{M_f}{0{,}117\,h^3} \quad da\ cui\ \ h = \sqrt[3]{\frac{M_f}{0{,}117\,\sigma_{id}}} = \sqrt[3]{\frac{536000}{0{,}117\ 152}} = 31\ mm$$

Per cui la dimensione b = 0,7 h = 0,7 31 = 22 mm

Ora conoscendo la dimensioni della trave posso verificarla a sollecitazioni composte ricavando la nuova (σ_{id}), con la formula:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2}$$

==

Soluzione Esercizio 9

In base ai dati del problema e alla figura 12 di pagina 57, la trave è sollecitata a taglio con una forza T = 5450 N e a flessione con un momento flettente massimo M_f = 7215 Nm.

Conoscendo il coefficiente di sicurezza, calcolo la tensione ideale:

$$\sigma_{id} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{450}{2{,}5} = 180\ N/mm^2$$

Procedo come negli esercizi precedenti considerando solo la sollecitazione a flessione, per cui:

$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} \quad da\ cui\ ricavo \quad W_f = \frac{M_f}{\sigma} = \frac{7215000}{180} = 40083\ mm^3$$

Quindi in base alla tabella di pagina 28 scelgo un profilato IPE 120

Ora conoscendo la dimensioni della trave A = 1320 mm² posso verificarla a sollecitazioni composte ricavando la nuova (σ_{id}), con la formula:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2} = \sqrt{(\frac{M_f}{W_f})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{T}{A})^2} = \sqrt{(\frac{7215000}{40083})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{5450}{1320})^2} = 180\ N/mm^2$$

Come si vede è praticamente la stessa, quindi come detto precedentemente la sollecitazione di taglio è praticamente trascurabile.

==

Soluzione Esercizio 10

In base ai dati del problema e alla figura 13 di pagina 57, la trave è sollecitata a taglio con una forza T = 5700 N e a flessione con un momento flettente massimo M_f = 12825 Nm.

Conoscendo il coefficiente di sicurezza, calcolo la tensione ideale:

$$\sigma_{id} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{450}{2{,}5} = 180\ N/mm^2$$

Procedo come negli esercizi precedenti considerando solo la sollecitazione a flessione, per cui:

$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} \quad da\ cui\ ricavo \quad W_f = \frac{M_f}{\sigma} = \frac{12825000}{180} = 71250\ mm^3$$

Quindi in base alla tabella di pagina 28 scelgo un profilato IPE 140

Ora conoscendo la dimensioni della trave A = 1640 mm² posso verificarla a sollecitazioni composte ricavando la nuova (σ_{id}), con la formula:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2} = \sqrt{(\frac{M_f}{W_f})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{T}{A})^2} = \sqrt{(\frac{12825000}{71250})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{5700}{1640})^2} = 180\ N/mm^2$$

Come si vede è praticamente la stessa, quindi come detto precedentemente la sollecitazione di taglio è praticamente trascurabile.

==

Soluzione Esercizio 11

In base ai dati del problema e alla figura 14 di pagina 57, la trave è sollecitata a taglio con una forza T = 3360 N e a flessione con un momento flettente massimo M_f = 5808 Nm.

La sezione della trave è rettangolare (60 x 80), di area A = 4800 mm², e posso calcolare il suo modulo di resistenza a flessione (vedi tabella a pagina 27):

$$W_f = \frac{1}{6}\, b\, h^2 = \frac{1}{6}\, 60\; 80^2 = 64000\; mm^3$$

La tensione ideale (σ_{id}) provocata dal taglio e dal momento flettente (vedi formula a pagina 54) è la seguente:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\,\tau^2} = \sqrt{(\frac{M_f}{W_f})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{T}{A})^2} = \sqrt{(\frac{5808000}{64000})^2 + 3\,(\frac{3}{2}\,\frac{3360}{4800})^2} = 90{,}76\; N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{id}} = \frac{360}{90{,}76} = 3{,}96$$

==

Soluzione Esercizio 12

In base ai dati del problema e alla figura 15 di pagina 57, la trave è sollecitata a torsione con momento torcente (M_t) e flessione con un momento flettente massimo M_f = 750 Nm.

La potenza trasmessa dall'albero W = 22 kW e la sua velocità angolare è:

$$\omega = \frac{2\,\pi\, n}{60} = \frac{2\,\pi\; 300}{60} = 31{,}41\; rad/sec$$

Quindi calcolo la coppia all'albero:

$$C = \frac{W}{\omega} = \frac{22000}{31{,}41} = 700\; Nm$$

Questa coppia è uguale al momento torcente (M_t) che sollecita l'albero, quindi calcolo quello che viene definito momento flettente ideale (vedi formula a pagina 55):

$$M_{f\;id} = \frac{3}{8}\, M_f + \frac{5}{8}\,\sqrt{M_f^2 + M_t^2} = \frac{3}{8}\; 750 + \frac{5}{8}\,\sqrt{750^2 + 700^2} = 1307\; Nm$$

Conoscendo il coefficiente di sicurezza, calcolo la tensione ammissibile:

$$\sigma_{id} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{480}{2{,}5} = 192\; N/mm^2$$

Calcolo il modulo di resistenza a flessione:

$$W_f = \frac{M_{f\;id}}{\sigma_{am}} = \frac{1307000}{192} = 6807\; mm^3$$

Posso quindi calcolare il diametro dell'albero:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32\; W_f}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32\; 6807}{\pi}} = 41\; mm$$

==

Maurizio