Capitolo 3

TORSIONE

SOLUZIONI ESERCIZI PROPOSTI (Vedi Testo Pag. 37 ÷ 38)

Soluzione Esercizio 1

In base ai dati del problema ricavo la coppia trasmessa dall'albero:

$$C = \frac{W}{\omega} = \frac{8000}{25} = 320\ Nm$$

Questa coppia è uguale al momento torcente che sollecita l'albero, quindi M_t = C = 320 Nm
Calcolo ora la tensione ammissibile:

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{412}{4} = 103\ \ N/mm^2$$

$$\tau_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{2}} = \frac{103}{\sqrt{2}} = 72{,}8\ \ N/mm^2$$

Calcolo il modulo di resistenza a torsione:

$$W_t = \frac{M_t}{\tau_{am}} = \frac{320000}{72{,}8} = 4395{,}6\ mm^3$$

Posso quindi determinare il diametro dell'albero:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16\ W_t}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16\ 4395{,}6}{\pi}} = 28\ mm$$

Calcolo il momento polare d'inerzia della sezione:

$$J_p = \frac{\pi}{32}\ d^4 = \frac{\pi}{32}\ 28^4 = 60344\ mm^4$$

Ipotizzando un modulo di elasticità longitudinale E = 152380 N/mm² (acciaio comune), il modulo di elasticità tangenziale risulta:

$$G = \frac{2}{5}\ E = \frac{2}{5}\ 152380 = 60952\ N/mm^2$$

Posso ora calcolare l'angolo di torsione:

$$\theta = \frac{M_t\ l}{G\ J_p} = \frac{320000\ \ 1000}{60952\ \ 60344} = 0{,}087\ rad$$

==

Soluzione Esercizio 2

In base ai dati del problema e alla tabella di pagina 35, calcolo il modulo di resistenza a torsione:

$$W_t = \frac{\pi}{16}\ \frac{d_e^4 - d_i^4}{d_e} = \frac{\pi}{16}\ \frac{100^4 - 85^4}{100} = 93854\ mm^3$$

Calcolo la tensione tangenziale ammissibile:

$$\tau_{am} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{6000000}{93854} = 64\ N/mm^2$$

Calcolo la tensione normale ammissibile:

$$\sigma_{am} = \tau_{am}\sqrt{2} = 64\sqrt{2} = 90{,}5\ N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{am}} = \frac{540}{90{,}5} = 5{,}96$$

==

Soluzione Esercizio 3

In base ai dati del problema precedente e alla tabella di pagina 35, calcolo il momento d'inerzia polare della sezione circolare cava:

$$J_p = \frac{\pi}{32}\left(d_e^4 - d_i^4\right) = \frac{\pi}{32}\left(100^4 - 85^4\right) = 4692693\ mm^4$$

Ipotizzando un modulo di elasticità longitudinale E = 204570 N/mm^2 (acciaio), il modulo di elasticità tangenziale risulta:

$$G = \frac{2}{5}E = \frac{2}{5}\,204570 = 81828\ N/mm^2$$

Posso ora calcolare l'angolo di torsione:

$$\theta = \frac{M_t\,l}{G\,J_p} = \frac{6000000\ 2400}{81828\ 4692693} = 0{,}0375\ rad$$

==

Soluzione Esercizio 4

In base ai dati del problema l'angolo di torsione è θ = 5° = 0,0873 rad, ipotizzando un modulo di elasticità longitudinale E = 200000 N/mm^2 (acciaio), il modulo di elasticità tangenziale risulta:

$$G = \frac{2}{5}E = \frac{2}{5}\,200000 = 80000\ N/mm^2$$

Calcolo il momento polare d'inerzia della sezione:

$$J_p = \frac{\pi}{32}d^4 = \frac{\pi}{32}40^4 = 251327\ mm^4$$

Posso ora calcolare il momento torcente che sollecita l'albero:

$$M_t = \theta\,G\,\frac{J_p}{l} = 0{,}0873\ 80000\ \frac{251327}{2600} = 675100\ Nmm$$

Questo momento torcente che sollecita l'albero è uguale alla coppia trasmessa quindi C = M_t = 675 Nm

Calcolo quindi la potenza trasmessa dall'albero: W = C ω = 675 62,8 = 42390 W = 42,4 kW

Calcolo il modulo di resistenza a torsione, in base ai dati del problema e alla tabella di pagina 35:

$$W_t = \frac{\pi}{16}d^3 = \frac{\pi}{16}40^3 = 12566\ mm^3$$

Calcolo la tensione tangenziale ammissibile:

$$\tau_{am} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{675100}{12566} = 53{,}72\ N/mm^2$$

Calcolo la tensione normale ammissibile:

$$\sigma_{am} = \tau_{am}\sqrt{2} = 53{,}72\sqrt{2} = 76\ N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{am}} = \frac{600}{76} = 7{,}9$$

==

Soluzione Esercizio 5

In base ai dati del problema e alla figura 5 di pagina 38, calcolo il momento torcente che sollecita la trave:

M_t = 4000 1,10 = 4400 Nm

Calcolo il modulo di resistenza a torsione:

$$W_t = \frac{M_t}{\tau_{am}} = \frac{4400000}{80} = 55000\ mm^3$$

In base alla tabella di pagina 35, per una sezione circolare cava con d_i = 0,8 d_e il modulo di resistenza a torsione risulta:

$$W_t = \frac{\pi}{16}\frac{d_e^4 - d_i^4}{d_e} = \frac{\pi}{16}d_e^3\,(1 - 0{,}8^4)$$

Da cui posso ricavare il diametro esterno:

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{16\,W_t}{\pi\,(1 - 0{,}8^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16\ 55000}{\pi\,(1 - 0{,}8^4)}} = 78\ mm$$

Quindi il diametro interno d_i = 0,8 d_e = 0,8 78 = 62 mm

==

Soluzione Esercizio 6

In base ai dati del problema e alla tabella di pagina 35, per una sezione quadrata di lato b = 40 mm, il modulo di resistenza a torsione risulta:

$$W_t = \frac{2}{9}b^3 = \frac{2}{9}40^3 = 14222\ mm^3$$

Calcolo la tensione tangenziale ammissibile:

$$\tau_{am} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{883000}{14222} = 62\ N/mm^2$$

Calcolo la tensione normale ammissibile:

$$\sigma_{am} = \tau_{am}\sqrt{2} = 62\sqrt{2} = 87{,}68\ N/mm^2$$

Calcolo ora il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma_{am}} = \frac{346}{87,68} = 4$$

==

Maurizio