

Capitolo 2

FLESSIONE

SOLUZIONI ESERCIZI PROPOSTI (Vedi Testo Pag. 29 ÷ 30)

Soluzione Esercizio 1

Dato che il coefficiente di sicurezza $k = 2,5$ il **carico unitario ammissibile** (tensione ammissibile) sarà:

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{500}{2,5} = 200 \text{ N/mm}^2$$

Per una sezione quadrata di lato (b) il modulo di resistenza a flessione (W_f) è (vedi tabella a pagina 27):

$$W_f = \frac{1}{6} b^3$$

Imposto il dimensionamento a flessione:

$$\frac{M_f}{W_f} = \sigma_{am} \quad W_f = \frac{M_f}{\sigma_{am}} = \frac{2000000}{200} = 10000 \text{ mm}^3$$

Quindi ricavo il **lato (b)**:

$$b = \sqrt[3]{6 W_f} = \sqrt[3]{6 \cdot 10000} = 39 \text{ mm}$$

Soluzione Esercizio 2

Dato che il coefficiente di sicurezza $k = 2$ il **carico unitario ammissibile** (tensione ammissibile) sarà:

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{580}{2} = 290 \text{ N/mm}^2$$

Per una sezione rettangolare di lato $b = 0,7 h$ il modulo di resistenza a flessione è (vedi tabella a pagina 27):

$$W_f = \frac{1}{6} b h^2 = \frac{1}{6} 0,7 h^3$$

Imposto il dimensionamento a flessione:

$$\frac{M_f}{W_f} = \sigma_{am} \quad W_f = \frac{M_f}{\sigma_{am}} = \frac{2000000}{290} = 6896,55 \text{ mm}^3$$

Quindi ricavo l'**altezza (h)**:

$$h = \sqrt[3]{\frac{6 W_f}{0,7}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 6896,55}{0,7}} = 39 \text{ mm}$$

Quindi il **lato b** $= 0,7 h = 0,7 \cdot 39 = 27 \text{ mm}$

Soluzione Esercizio 3

Il momento flettente costante a cui è soggetta la trave è $M_f = 6000 \text{ N m} = 6000000 \text{ N mm}$. Calcolo il modulo di resistenza a flessione è (vedi tabella a pagina 27):

$$W_f = \frac{1}{6} b h^2 = \frac{1}{6} 50 \cdot 80^2 = 53333 \text{ mm}^3$$

Verifico la resistenza a flessione:

$$\frac{M_f}{W_f} = \frac{6000000}{53333} = 112,5 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{am} \quad \text{quindi verificata}$$

Calcolo il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma} = \frac{380}{112,5} = 3,37$$

Soluzione Esercizio 4

Dato che il coefficiente di sicurezza $k = 3$ il carico unitario ammissibile (tensione ammissibile) sarà:

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{580}{3} = 193 \text{ N/mm}^2$$

Per una sezione rettangolare di altezza $h = 2b$ il modulo di resistenza a flessione è (vedi tabella a pagina 27):

$$W_f = \frac{1}{6} b h^2 = \frac{2}{3} b^3$$

Imposto il dimensionamento a flessione:

$$\frac{M_f}{W_f} = \sigma_{am} \quad W_f = \frac{M_f}{\sigma_{am}} = \frac{34000000}{193} = 176165,8 \text{ mm}^3$$

Quindi ricavo il lato (b):

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 W_f}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 176165,8}{2}} = 64 \text{ mm}$$

Quindi l'altezza della sezione risulta $h = 2 b = 2 \cdot 64 = 128 \text{ mm}$

Soluzione Esercizio 5

In base alla tabella di pagina 28, il Profilo IPE 100 presenta un modulo di resistenza a flessione $W_f = 34200 \text{ mm}^3$ quindi la tensione risulta:

$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} = \frac{34000000}{34200} = 994 \text{ N/mm}^2$$

Troppo elevata, quindi scelgo un IPE 160 che presenta un modulo di resistenza a flessione $W_f = 109000 \text{ mm}^3$ quindi la tensione risulta:

$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} = \frac{34000000}{109000} = 321 \text{ N/mm}^2$$

Calcolo il coefficiente di sicurezza:

$$k = \frac{\sigma_r}{\sigma} = \frac{580}{321} = 1,8$$

Soluzione Esercizio 6

Dato che il coefficiente di sicurezza $k = 2,5$ il carico unitario ammissibile (tensione ammissibile) sarà:

$$\sigma_{am} = \frac{\sigma_r}{k} = \frac{548}{2,5} = 219,2 \text{ N/mm}^2$$

In base ai dati e alla figura 9 (pagina 30), il momento flettente massimo che sollecita la trave è $M_f = 32000 \text{ Nm}$, quindi calcolo il modulo di resistenza a flessione:

$$W_f = \frac{M_f}{\sigma_{am}} = \frac{32000000}{219,2} = 145985 \text{ mm}^3$$

In base alla tabella di pagina 28, scelgo il Profilo **IPE 180**

Soluzione Esercizio 7

In base ai dati e alla figura 10 di pagina 30 determino la posizione dell'asse neutro, esso dista dalla base:

$$y_n = \frac{(20 \cdot 10 \cdot 75) + (10 \cdot 60 \cdot 40) + (60 \cdot 10 \cdot 5)}{(20 \cdot 10) + (10 \cdot 60) + (60 \cdot 10)} = \frac{42000}{1400} = 30 \text{ mm}$$

I momenti d'inerzia rispetto all'asse neutro dei tre rettangoli si calcolano:

$$J_1 = \frac{1}{12} 20 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10 \cdot 45^2 = 406666 \text{ mm}^4$$

$$J_2 = \frac{1}{12} 10 \cdot 60^3 + 10 \cdot 60 \cdot 10^2 = 240000 \text{ mm}^4$$

$$J_3 = \frac{1}{12} 60 \cdot 10^3 + 60 \cdot 10 \cdot 25^2 = 380000 \text{ mm}^4$$

Il momento d'inerzia complessivo risulta $J = J_1 + J_2 + J_3 = 1026666 \text{ mm}^4$

Il modulo di resistenza della sezione a **trazione** è:

$$W_f' = \frac{J}{y'_{max}} = \frac{1026666}{30} = 34222 \text{ mm}^3$$

Il modulo di resistenza della sezione a **compressione** è:

$$W_f'' = \frac{J}{y''_{max}} = \frac{1026666}{50} = 20535 \text{ mm}^3$$

La tensione interna nella **zona tesa** è:

$$\sigma' = \frac{M_f}{W_f'} = \frac{2000000}{34222} = 58,5 \text{ N/mm}^2$$

La tensione interna nella **zona compressa** è:

$$\sigma'' = \frac{M_f}{W_f''} = \frac{2000000}{20535} = 97,5 \text{ N/mm}^2$$

Il **coefficiente di sicurezza nella zona tesa** è:

$$k' = \frac{\sigma_r'}{\sigma'} = \frac{150}{58,5} = 2,53$$

Il coefficiente di sicurezza nella zona compressa è:

$$k'' = \frac{\sigma_r''}{\sigma''} = \frac{600}{97,5} = 6,15$$

Maurizio