

*“Mio padre mi insegnò l’aritmetica
quando ero in terza e quarta elementare.
Poi ho iniziato a capirne il linguaggio.
Il segreto della scienza è la matematica.”*
Michael Minovitch

Appendice tecnica

A1. Cenni introduttivi e leggi di Keplero e di Newton

Questa appendice è di lettura facoltativa; essa riporta alcune nozioni fisico-matematiche e di Meccanica del Volo Spaziale alle quali si aggiungono degli elementi di navigazione interplanetaria che dovrebbero giustificare da un punto di vista formale almeno una piccola parte di quanto asserito nel corso della trattazione e soprattutto nel primo capitolo in cui si è parlato in modo generico e qualitativo del moto delle sonde spaziali.

La prima parte dell'appendice in questione tratta in modo sintetico la meccanica del volo spaziale (astrodinamica) con particolare riferimento al moto delle sonde spaziali e dato il suo carattere squisitamente tecnico è dedicata al lettore più appassionato ed esigente.

La seconda parte è invece dedicata alle tecniche di navigazione interplanetaria. Contrariamente alla prima essa è quasi completamente priva di algoritmo; ma non per questo è da giudicare "banale" o "poco impegnativa".

Secondo due autorevoli Autori italiani, Giovanni Mengali e Alessandro Quarta, "la Meccanica del Volo Spaziale è la disciplina che studia il moto dei satelliti artificiali e delle sonde interplanetarie". Più in generale potremmo dire che tale disciplina, che è un'applicazione della meccanica celeste, si occupa del moto dei veicoli spaziali in senso lato. Le brevi note che seguiranno in questa appendice si riferiscono principalmente alle sonde spaziali anche se un unico veicolo spaziale può comportarsi a volte da satellite e altre volte da sonda a seconda delle funzioni che via via è chiamato a svolgere. Così ad esempio una sonda destinata ad orbitare intorno al pianeta Marte (un orbiter marziano come MRO o come il più recente MAVEN, tanto per intenderci) nel suo tragitto dalla Terra a Marte è una sonda a tutti gli effetti, mentre quando si immette in orbita marziana diviene una sorta di satellite artificiale del "pianeta rosso".

Cominciamo col dire subito che l'astrodinamica è lo studio della traiettoria orbitale di un veicolo spaziale ovvero del suo percorso attraverso lo spazio. La lista delle posizioni successive del veicolo nei confronti del tempo è detta "tabella delle effemeridi".

Sulla base dei rilevamenti degli astri condotti da Thyco Brahe (detto Ticone, che visse tra il 1546 ed il 1601), Keplero enunciò le prime due leggi nel 1609 e la terza nel 1619. Riscriviamo qui di seguito le tre famose leggi.

1° Legge. Ogni pianeta nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole descrive un'ellisse di cui il Sole occupa uno dei fuochi (fig.A1, in alto).

2° Legge. Le linee che uniscono i pianeti al Sole spazzano aree uguali in tempi uguali; quindi, con riferimento alla fig.A1 in basso, se l'area SAB è uguale a quella di SDC, il satellite percorre il tratto di curva AB nello stesso tempo che impiega per percorrere il tratto DC. Ne consegue che la velocità lungo AB è maggiore di quella lungo DC o più in generale che la velocità \vec{v} non risulta costante lungo l'orbita. La seconda legge è detta anche "legge delle aree".

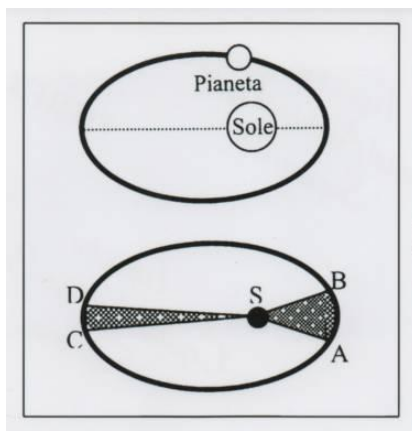


Fig. A1 Prima e seconda legge di Keplero

3° Legge. Il quadrato del tempo che un pianeta impiega per compiere un'orbita intorno al Sole è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'ellisse. In termini matematici se indichiamo con T il periodo ovvero il tempo impiegato per percorrere un'orbita completa e con a il semiasse maggiore, risulterà quanto segue:

$$T^2 = K a^3 \quad (A3)$$

In fig. A2 è riportato uno schema che ci aiuta a comprendere la terza legge di Keplero.

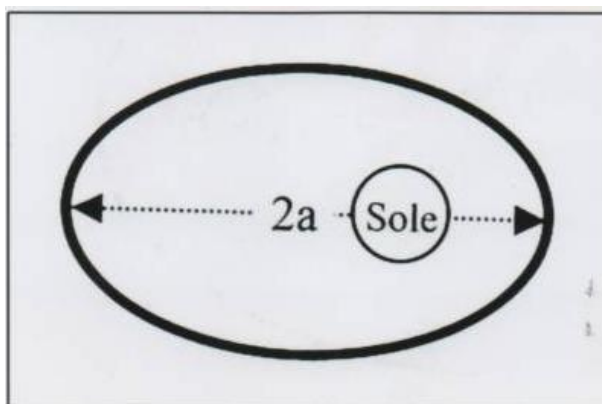


Fig. A2 Schematizzazione della terza legge

Prima di passare alla deduzione matematica delle tre leggi, deduzione fatta da Newton, è bene ricordare alcuni principi basilari della fisica, incominciando dalle tre leggi di Newton.

La prima legge asserisce che un corpo tende a permanere nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme (accelerazione nulla) quando è lasciato a se stesso (quando cioè la risultante delle forze agenti su di esso è nulla). Matematicamente ciò si esprime scrivendo che $\vec{a} = 0$ quando $\vec{F}_{\text{ris}} = 0$.

La seconda legge asserisce che la forza che agisce su un corpo è data dal prodotto della massa del corpo per la sua accelerazione, cioè si ha che:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{A2})$$

Infine, **la terza ed ultima legge** asserisce che quando due corpi interagiscono tra loro, la forza esercitata sul primo corpo dal secondo è uguale ed opposta alla forza esercitata sul secondo dal primo, per cui si ha che:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad (\text{A3})$$

Newton non si limitò a formulare le leggi del moto, ma scoprì anche la legge di gravitazione universale. Poiché tutti i corpi cadono verso il centro della Terra con la stessa accelerazione g , Newton avanzò anche l'ipotesi che la forza di gravità dovesse essere proporzionale alla massa. La forma finale della legge di Newton (posta in forma non vettoriale) per la forza tra due particelle di massa M_1 ed M_2 è la seguente:

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2} \quad (\text{A4})$$

Dove r è la distanza tra le particelle. La costante G vale $6,67 \times 10^{-11}$ newton m^2/kg^2 , nel sistema M.K.S. e $6,67 \times 10^{-8}$ dine cm^2/g^2 nel sistema c.g.s.; tale costante può essere determinata sperimentalmente. Newton la calcolò stimando in maniera approssimativa la massa della Terra mediante il volume che conosceva e ipotizzandone la densità. Per mostrare come si possa ottenere G in questo modo applichiamo l'equazione (A4) ad una massa M sulla superficie terrestre. Allora si ha che:

$$F_G = G \frac{M_t M}{R_t^2} \quad (\text{A5})$$

Sappiamo che la forza di gravità fa cadere M con un'accelerazione $a=g$. Così nell'equazione $F_G=Ma$, a ha il valore g . Sostituendo g ad a si ottiene $F_G=Mg$. Ora sostituendo questa espressione della forza di gravità F_G nell'equazione (A5) otteniamo:

$$\left(G \frac{M_t M}{R_t^2} \right) = Mg$$

Eliminando M e risolvendo rispetto a G otteniamo:

$$G = \frac{gR_t^2}{M_t} \quad (\text{A6})$$

dove M_t è la massa della Terra ed R_t il suo raggio. Si può vedere che se si conosce M_t allora si può determinare G ; viceversa, se si determina G per via sperimentale, mediante una misura diretta della forza tra due sfere di piombo, allora si può calcolare M_t risolvendo, rispetto ad essa, l'equazione (A6) nel modo che segue:

$$M_t = \frac{gR_t^2}{G}$$

La prima determinazione sperimentale di G fu fornita da Henry Cavendish nel 1797 nel modo illustrato in fig A3.

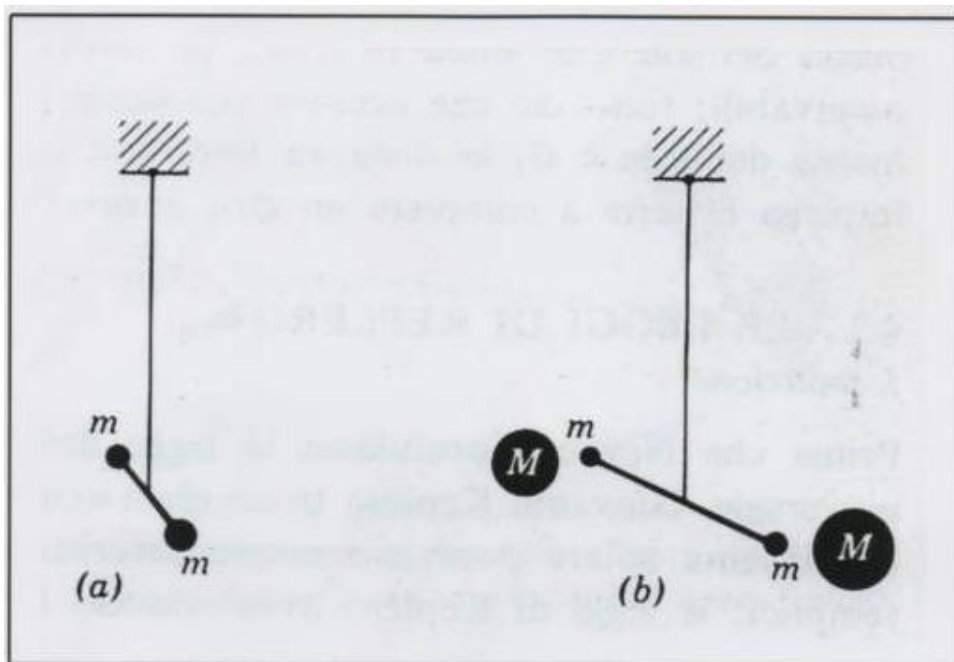


Fig.A3 Esperienza di Cavendish

Nella figura ora mostrata è riportato l'apparato sperimentale di Cavendish. Due sferette di piombo di massa m sono connesse ad un'asta orizzontale e tenute sospese da un sottile filo di quarzo (a). In prossimità delle sferette si pongono due grosse sfere di piombo, ciascuna di massa M (b). L'attrazione gravitazionale fra m ed M fa muovere le sferette in direzione delle sfere grandi e fa di conseguenza imprimere una torsione al filo di quarzo. Cavendish utilizzò il fatto che per torcere di alcuni gradi una fibra di quarzo lunga e sottile è necessaria una forza molto piccola più o meno dello stesso ordine di grandezza della forza gravitazionale che agisce fra due sfere di piombo molto vicine fra loro. Per prima cosa calibrò una fibra di quarzo con queste caratteristiche e poi vi sospese due piccole sfere di piombo fissate alle estremità di una leggera sbarretta. Infine pose due sfere più grandi vicino a quelle più piccole e misurò lo spostamento angolare della sbarretta. Misure accurate eseguite con il metodo di Cavendish danno un valore di $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$.

A2. Una prima dimostrazione delle leggi di Keplero

Prima che Newton formulasse la legge della gravitazione universale, Giovanni Keplero trovò che i "complicati" moti del Sistema Solare potevano essere descritti con tre leggi semplici; le leggi di Keplero avvalorarono l'ipotesi di Copernico che affermava che i pianeti ruotavano attorno al Sole e non attorno alla Terra. Nel lontano 1600 sostenere questa ipotesi era considerata un'eresia religiosa.

Infatti nel 1600 Giordano Bruno, accanito sostenitore del sistema eliocentrico, copernicano fu tradotto davanti al tribunale dell'Inquisizione e condannato a morte. Lo stesso Galileo fu imprigionato, interrogato dall'Inquisizione e dovette ripudiare pubblicamente le sue idee, nonostante il Papa fosse un suo amico personale.

Il dogma dei tempi, ritenendo sacre le opere di Aristotele e Tolomeo, descriveva le orbite dei pianeti con complicati moti epicicloidali; per descrivere quella di Marte erano necessari una

dozzina di cerchi, di diverse dimensioni, o giù di lì. L'ambizione di Keplero fu di "provare" che Marte e la Terra giravano attorno al Sole e non viceversa; punto di partenza del suo lavoro fu la ricerca di un'orbita geometricamente semplice, che fosse in accordo con le informazioni sperimentali sulle varie posizioni di Marte. Dopo anni di duro lavoro, Keplero riuscì a scoprire che le tre leggi da lui concepite erano in perfetto accordo con tutti i dati disponibili sui pianeti; le stesse leggi erano valide per i satelliti dei pianeti e oggi sappiamo che esse sono valide anche per i satelliti artificiali.

Più di 300 anni or sono, Newton riuscì a ricavare in maniera completa le leggi di Keplero. La dimostrazione svolta da Newton è forse un po' troppo pesante dal punto di vista matematico e potrebbe annoiare il lettore medio al quale è rivolto questo testo. Tentiamo tuttavia partendo dalla legge di gravitazione universale di Newton di trovare un procedimento più semplice che non richieda l'uso del Calcolo. Facciamo in sostanza l'ipotesi che i pianeti ruotino intorno al Sole descrivendo orbite circolari. In realtà le orbite di tutti i pianeti, eccetto Plutone sono pressoché circolari, col Sole nel centro comune. Se poi si tiene conto del fatto che Plutone non è più considerato un pianeta del Sistema Solare (è stato declassato al rango di "pianeta nano" e classificato come tale), possiamo concludere che la dimostrazione per quanto approssimativa, è più che accettabile. Per il momento diamo dunque una dimostrazione molto semplificata delle leggi di Keplero. Una dimostrazione più "elegante" sarà esposta più avanti, nel paragrafo A10. Per iniziare dobbiamo confrontare i periodi dei pianeti 1 e 2 di fig.A4.

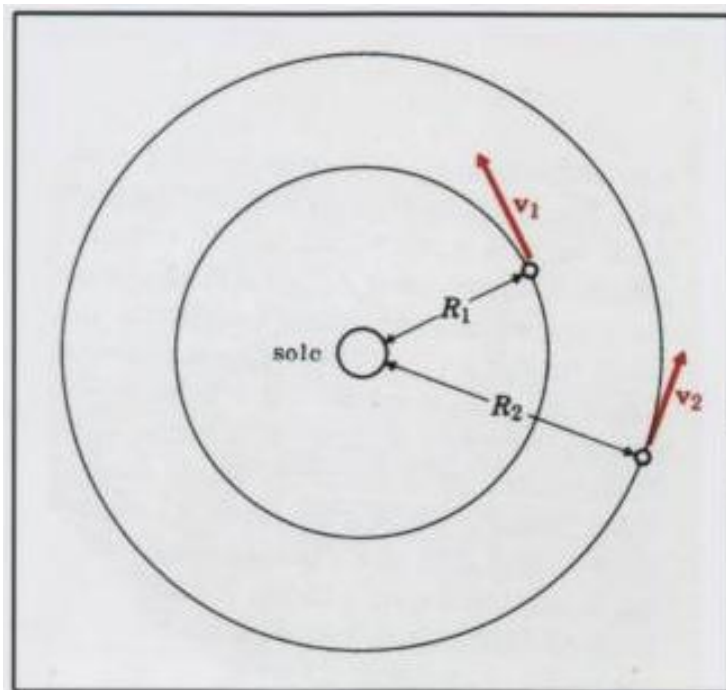


Fig.A4

Riscriviamo la seconda legge di Newton (non in forma vettoriale), riferita al pianeta 1:

$$F_1 = M_1 a_1 \quad (A7)$$

Poiché il pianeta 1 si muove di moto uniforme lungo una traiettoria circolare, l'unica accelerazione cui esso è soggetto è quella centripeta; tale accelerazione in funzione del periodo T è data da:

$$a_1 = \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1$$

Sostituendo quest'ultima espressione nell'equazione (A7) si ha:

$$F_1 = M_1 \left(\frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1 \right) \quad (\text{A8})$$

A questo punto ci si può chiedere da dove venga fuori la forza F_1 ; essa altro non è che la forza di gravità cioè la forza responsabile dell'interazione tra il Sole ed il pianeta 1. Tale forza è espressa dalla legge di gravitazione di Newton, cosicché possiamo sostituire:

$$F_1 = G \frac{M_S M_1}{R_1^2}$$

nel primo membro dell'equazione (A8), al posto di F_1 , ottenendo quanto segue:

$$G \frac{M_S M_1}{R_1^2} = M_1 \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1 \quad (\text{A9})$$

da cui si ricava facilmente che:

$$\frac{4\pi^2}{T_1^2} R_1 = G \frac{M_S}{R_1^2}$$

ossia che:

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{GM_S}{4\pi^2} \quad (\text{A10})$$

Si osservi che questo rapporto è indipendente dalla massa del pianeta 1. Si può ripetere lo stesso procedimento per il pianeta 2 a distanza R_2 dal Sole, ottenendo analogamente quanto segue:

$$\frac{R_2^3}{T_2^2} = \frac{GM_S}{4\pi^2} \quad (\text{A11})$$

Uguagliando i primi due membri delle equazioni (A10) e (A11) si ottiene:

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} \quad \text{oppure} \quad \frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

cioè la terza legge di Keplero. La deduzione più generale, valida per orbite ellittiche, richiede un procedimento più complesso che, almeno per ora non svilupperemo.

Prima di ricavare la seconda legge (legge delle aree) cerchiamo di ottenere un maggior numero di informazioni dall'equazione (A10). Intanto da essa possiamo ricavare la massa del Sole. Risolvendo rispetto ad M_S otteniamo che:

$$M_S = \frac{4\pi^2 R_1^3}{GT_1^2} \quad (A12)$$

dove R_1 e T_1 sono la distanza ed il periodo di un pianeta qualsiasi dal Sole (la Terra, ad esempio). Sia Cavendish che gli uomini preistorici sapevano cosa è T_1 per la Terra. T_1 è un anno, cioè $3,15 \times 10^7$ secondi; inoltre da osservazioni astronomiche sappiamo che R_1 , cioè la distanza Terra-Sole, vale $1,50 \times 10^{13}$ centimetri. Sostituendo questi valori nell'equazione (A12) otteniamo $M_S = 2,0 \times 10^{33}$ grammi. L'equazione (A12) è applicabile a qualsiasi satellite che orbiti attorno ad un oggetto centrale di massa M_S ; possiamo dunque applicarla ad una delle lune di Giove con periodo T_1 e raggio orbitale R_1 . Naturalmente si deve sostituire M_S con M_G , essendo quest'ultima la massa di Giove. Allora si può scrivere l'equazione (A12) come segue:

$$M_G = \frac{4\pi^2 R_1^3}{GT_1^2} \quad (A13)$$

Prendiamo in considerazione per i nostri calcoli la luna di Giove denominata Io. Galileo Galilei ne misurò il periodo e trovò $T_1 = 1,77$ giorni cioè $1,53 \times 10^5$ secondi; sappiamo che la sua distanza da Giove vale $R_1 = 4,22 \times 10^{10}$ centimetri. Sostituendo tutti questi valori nell'equazione (A13) e facendo i calcoli avremo che $M_G = 1,9 \times 10^{30}$ grammi.

Ci rendiamo allora conto della potenza della legge della gravitazione universale di Newton; finora abbiamo ricavato da essa le masse della Terra, del Sole, e di alcuni pianeti dotati di satelliti; ma possiamo anche ottenere le distanze di tutti i pianeti in funzione della distanza Terra-Sole dalla pura osservazione del cielo, misurando quanto tempo impiega un pianeta per compiere un giro.

In fig.A5 sono schematizzate delle possibili orbite per i viaggi spaziali su Marte e Venere. Si noti che la traiettoria dell'astronave è sempre parte di un'ellisse che ha il Sole in un fuoco.

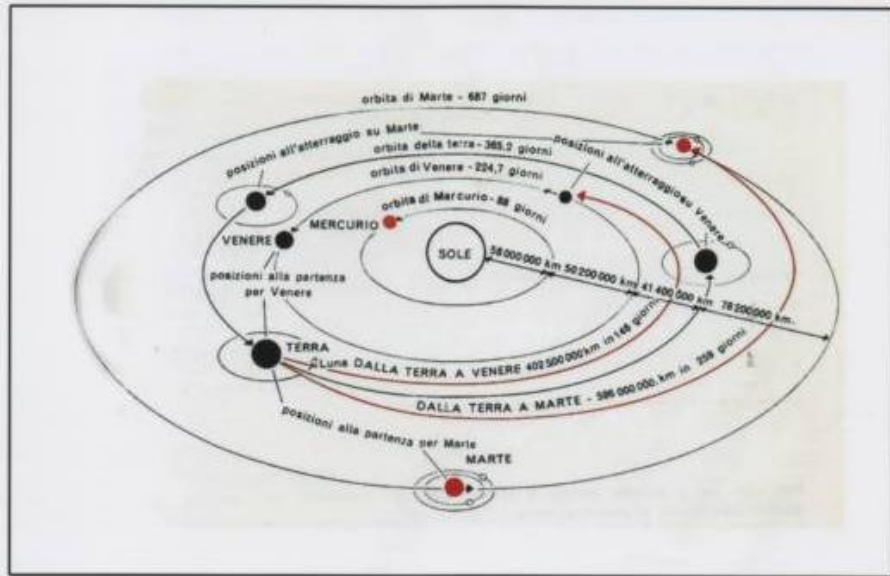


Fig.A5 Possibili orbite per viaggi su Marte e Venere

Ricaviamo ora nel modo più semplice possibile la seconda legge di Keplero. Ebbene la seconda legge, detta anche legge delle aree, si può ottenere con l'aiuto della fig.A6.

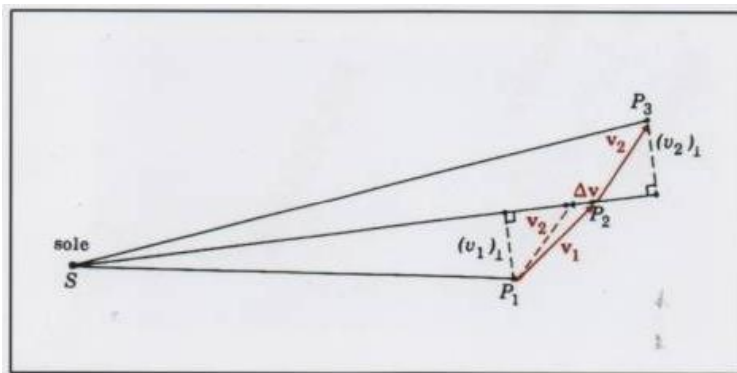


Fig.A6 Disegno per l'ottenimento della legge delle aree

Consideriamo nell'orbita del pianeta tre posizioni vicine P₁, P₂, e P₃; ognuna di tali posizioni dista dalla successiva 1 secondo. Allora la distanza tra P₁ e P₂ sarà data dalla velocità v₁ del pianeta e la distanza da P₂ a P₃ dalla velocità v₂ nel secondo successivo. Per la prima legge di Newton sul moto, la componente della velocità perpendicolare alla retta SP₂ resta invariata perché la componente della forza in quella direzione è nulla (la forza agente sul pianeta è diretta lungo SP₂ verso il Sole), per cui $(v_1)_\perp = (v_2)_\perp$. L'area spazzata dal pianeta nel primo secondo è quella del triangolo SP₁P₂, l'area spazzata nel secondo successivo è quella del triangolo SP₂P₃. Poiché i triangoli hanno la stessa base SP₂ ed altezza v_⊥ uguale, hanno anche aree uguali. Si osservi che per ricavare questa legge non si è fatto uso della legge dell'inverso del quadrato. Tutto quello che si è preso da tale legge è che la forza di interazione è diretta

lungo la congiungente i due corpi che interagiscono; ne segue che la seconda legge di Keplero è più generale delle altre due. La legge delle aree deve valere anche per altri tipi di forze che non siano necessariamente dipendenti dall'inverso del quadrato della distanza. Per una trattazione più rigorosa delle leggi di Keplero si possono consultare numerosi testi tra i quali il testo di Robert Adams intitolato "Calcolo differenziale 2" edito dalla Ambrosiana di Milano. In questo testo si veda in particolare il paragrafo 2.6 (da pag.120 a pag.127) del capitolo secondo.

A3. Le sezioni coniche

Le coniche o sezioni coniche sono delle figure geometriche ottenute sezionando un cono circolare retto con un piano, come si può vedere in fig.A7.

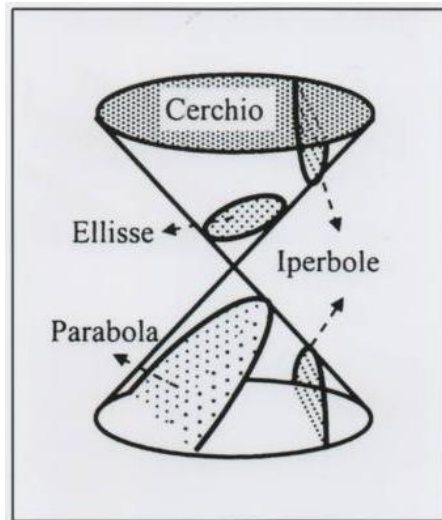


Fig.A7 Cono sezionato in vari modi

In particolare possiamo ottenere:

1. Una circonferenza, se il piano di intersezione è orizzontale;
2. Un'ellisse, se il piano di intersezione è obliquo in modo tale da tagliare un solo semicono;
3. Una parabola se il piano di intersezione, oltre ad essere obliquo e tagliare un solo semicono, è parallelo ad una retta della superficie del cono passante per l'apice;
4. Una iperbole se il piano è tale da tagliare ambedue i semiconi: come caso particolare, la conica degenera in una o due rette quando il piano passa per l'apice del cono. Le misure seguenti mostrano le coniche con alcune delle loro grandezze caratteristiche.

In fig.A8 sono disegnate le quattro coniche sovramenzionate.

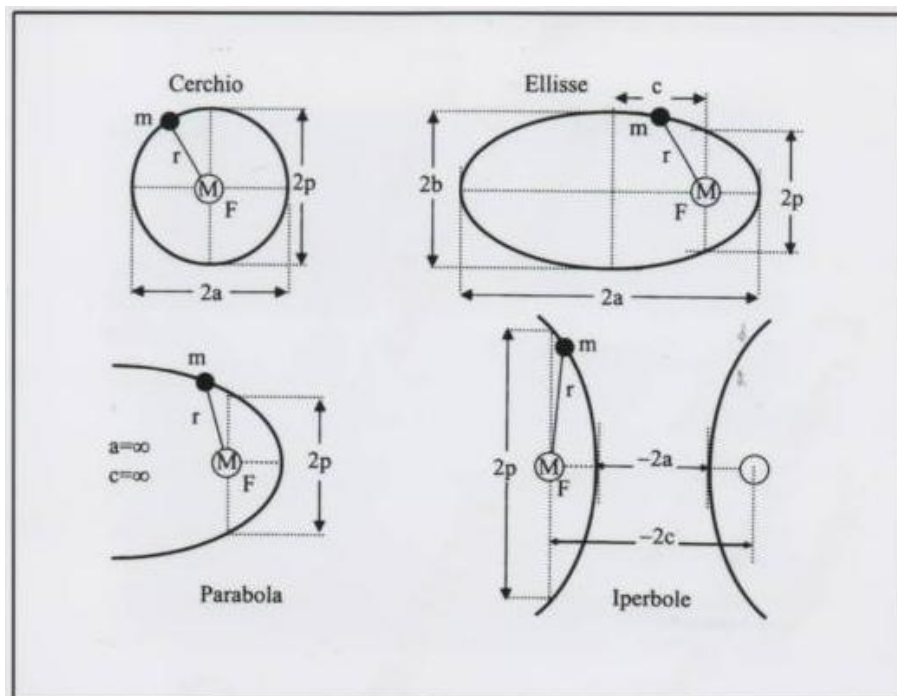


Fig.A8 Le sezioni coniche

Come si evince dall'osservazione della fig.A8 tutte le coniche sono dotate di due fuochi, F ed F' (che nel cerchio coincidono) ma nel moto di un pianeta o di un satellite solo uno dei due riveste importanza. Si indica con F la posizione dove è localizzato il corpo di massa M intorno al quale ruota il corpo di massa m ; l'altro fuoco F' non è significativo ai fini del moto della massa m .

Elenchiamo alcuni dei parametri geometrici che caratterizzano le coniche:

1. L'asse maggiore, $2a$ sta ad indicare la lunghezza del segmento tra i due punti della conica, intersecati dalla retta che congiunge i due fuochi. In particolare, nella circonferenza, l'asse maggiore coincide con il diametro, nell'ellisse assume valore finito positivo, nella parabola è infinito e nell'iperbole è assunto di valore finito negativo.
2. L'asse minore $2b$, rappresenta la lunghezza del segmento tra i due punti della conica, tracciato ortogonalmente all'asse maggiore dal suo punto medio. Tale asse, nella circonferenza coincide con il diametro, nell'ellisse assume valore finito positivo, mentre nella parabola e nell'iperbole non riveste alcuna importanza.
3. La distanza tra i fuochi $2c$ è la lunghezza del segmento che unisce i due fuochi. Nel cerchio è nulla ($c=0$), nell'ellisse c ha un valore finito positivo, nella parabola c ha valore infinito e nell'iperbole c è considerato finito negativo.
4. Il lato retto, $2p$ è il segmento tra i due punti della conica, intersecati dall'asse ortogonale all'asse maggiore e passante per il fuoco F . In particolare nella circonferenza coincide con il diametro e nell'ellisse, nella parabola e nell'iperbole assume valore finito positivo.
5. Infine vi è l'eccentricità e che è data dal seguente rapporto:

$$e = \frac{c}{a} \quad (\text{A14})$$

In base a questo semplice rapporto possiamo dire che una conica è una circonferenza se $c=0$, un'ellisse se $0 < e < 1$, una parabola se $e=1$ ed un'iperbole se $e > 1$.

A4. Elementi di meccanica orbitale

Tra i possibili sistemi di riferimento, quello normalmente adottato nell'analisi delle orbite è il sistema di coordinate polari (r, v) , con origine nel fuoco F . La coordinata r è la distanza da F di un punto della conica e la coordinata v , detta anomalia (vera), è l'angolo formato da r con l'asse maggiore dalla parte del punto della conica più vicino ad F . In tale sistema coordinato l'equazione che descrive la conica si scrive come segue:

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos v} \quad (\text{A15})$$

In fig.A9 è riportata un'ellisse (che indica la traiettoria del veicolo) in un sistema di riferimento polare.

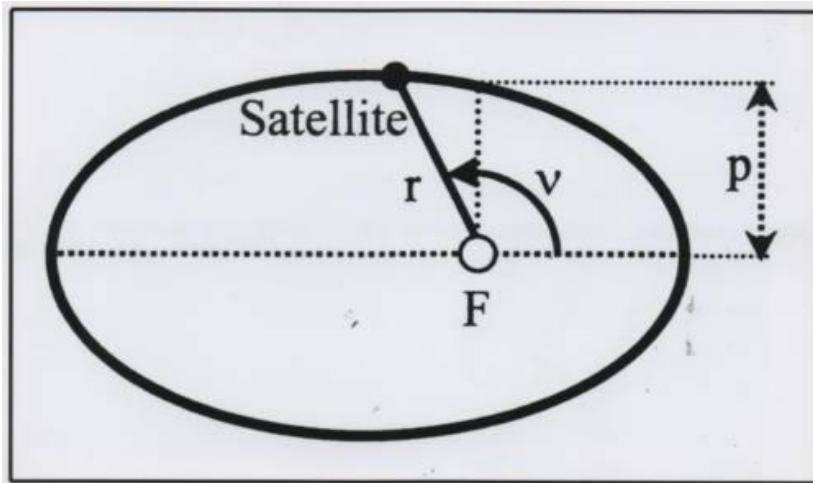


Fig.A9 Ellisse in un sistema polare

I punti estremi dell'asse maggiore sono detti "apsi" e si chiama peri-apse il punto più vicino al fuoco F , mentre quello più lontano è detto apo-apse. La dizione "apse" si specializza anche per il nome dell'astro intorno a cui il satellite orbita; così nel moto intorno al Sole, i due punti sono il perielio e l'apaelio (detto anche afelio), se il moto è intorno alla Terra sono il perigeo e l'apogeo, se il moto è intorno alla Luna sono il periselene e l'apotelene, e via di seguito.

Le distanze dal fuoco F , del peri-apse r_p e dell'apo-apse r_a si hanno dalla (A14) rispettivamente per $v=0^\circ$ e $v=180^\circ$ per cui si ha che:

$$r_p = \frac{p}{1 + e \cdot \cos 0^\circ} \quad (\text{A16a})$$

$$r_a = \frac{p}{1 + e \cdot \cos 180^\circ} \quad (\text{A16b})$$

Per il cerchio gli apsi non sono univocamente definiti, mentre per la parabola e l'iperbole gli apo-apsi non hanno significato fisico.

Un'ellisse può essere costruita pensando di fissare un foglio di carta con due chiodi, utilizzare uno spago di lunghezza maggiore della loro distanza ed una matita come in figura.

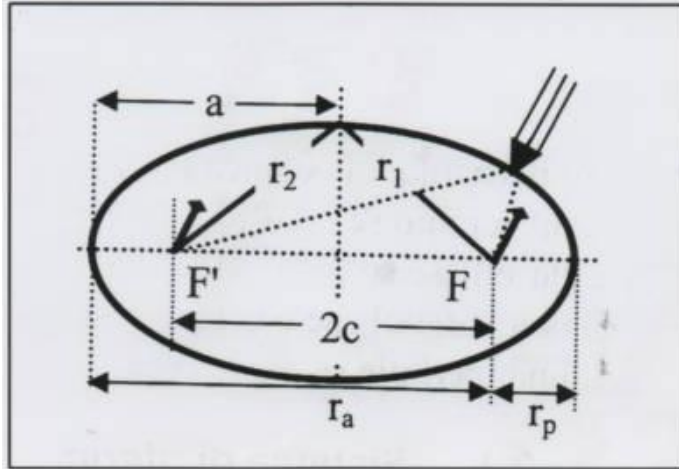


Fig.A10 Costruzione di un'ellisse

È immediato verificare che:

$$r_p + r_a = 2a \quad (\text{A17})$$

e, dalle (A16) si ha che:

$$r_p = \frac{p}{1+e} \quad (\text{A18a})$$

$$r_a = \frac{p}{1-e} \quad (\text{A18b})$$

Sostituendo le (A18) nella (A17) si ha:

$$\frac{p}{1+e} + \frac{p}{1-e} = 2a \Rightarrow \frac{2p}{1-e^2} = 2a \quad (\text{A19})$$

Dividendo ambedue i membri dell'equazione per 2 e moltiplicandoli per $(1 - e^2)$ si ottiene:

$$p = a(1 - e^2) \quad (\text{A20})$$

utilizzando la quale, le (A18) possono essere anche scritte nel seguente:

$$r_p = a(1 - e) \quad (\text{A21a})$$

$$r_a = a(1 + e) \quad (\text{A21b})$$

da cui, ricordando la (A14), si ottiene che:

$$r_a - r_p = 2ea = 2c \quad (\text{A22})$$

L'orbita parabolica (quella caratterizzata da $e=1$) rappresenta il confine tra l'ellisse e l'iperbole. Se un veicolo su un'orbita parabolica si allontana dal fuoco, l'orbita è detta "orbita di fuga"; al contrario, se il veicolo si avvicina, viene detta "orbita di cattura". Un veicolo che viaggia in orbita di fuga arriva all'infinito con velocità relativa al corpo centrale uguale a zero, per cui non ritornerà più al punto iniziale. I raggi del periapse e dell'apoapse si ricavano dalle (A16) ponendo $e=1$:

$$r_p = \frac{p}{1+e} = \frac{p}{2}; \quad r_a = \frac{p}{1-e} = \infty$$

A5. Quantità di moto, momento angolare ed espressione vettoriale della legge di gravitazione universale

Per definizione prende il nome di impulso (da non confondere con l'impulso specifico di un razzo che, come vedremo tra breve è tutt'altra cosa) o quantità di moto \vec{Q} di un corpo di massa m , il prodotto della massa m di detto corpo per la sua velocità, per cui avremo che:

$$\vec{Q} = m \vec{V} \quad (A23)$$

Nella formula (A23) \vec{Q} e \vec{V} sono due grandezze vettoriali. In termini di quantità di moto \vec{Q} , la nota equazione di equilibrio:

$$m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} \quad (A24)$$

si può scrivere come:

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F} \Rightarrow \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \vec{F} \quad (A25)$$

utilizzata quando, come nella meccanica del volo spaziale, la variazione di massa (dm/dt) rispetto alla massa totale del corpo risulta significativa. Orbene, ricordando che:

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{dm}{dt} \vec{V} + m \frac{d\vec{V}}{dt} \equiv \dot{m}\vec{V} + m\vec{a} \quad (A26)$$

la (A25) si può scrivere nel modo seguente:

$$\dot{m}\vec{V} + m\vec{a} = \vec{F} \quad (A27)$$

che, nel caso particolare di massa costante (il che comporta $dm/dt=0$, essendo la derivata di una costante pari a zero), coincide con la (A24).

(Si badi bene che il puntino che compare sopra alcune grandezze significa che tali grandezze sono derivate una volta rispetto al tempo. Se fossero derivate due volte si porrebbero sulla lettera che rappresenta la grandezza derivata due puntini).

Una volta richiamato il concetto di quantità di moto è bene ricordare anche quello di momento della quantità di moto, per illustrare il quale facciamo riferimento al disegno di fig.A11.

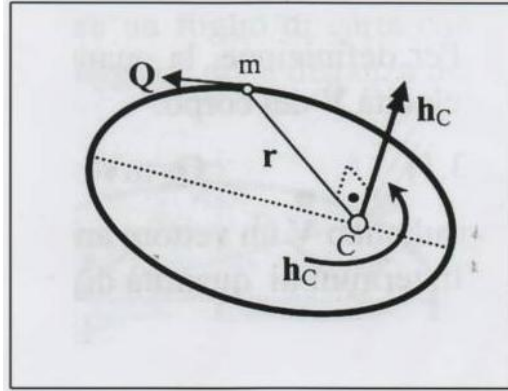


Fig.A11

Indicando con \vec{r} il vettore distanza di un corpo dal punto 0 e moltiplicando vettorialmente la (A25) per \vec{r} , si ha che:

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (\text{A28})$$

Il secondo membro dell'equazione ora scritta è il momento della forza \vec{F} rispetto al polo 0; in analogia al momento di una forza, si definisce momento della quantità di moto (o momento angolare) rispetto al polo 0, il vettore $m\vec{h}_0$ essendo quest'ultimo dato da:

$$m\vec{h}_0 = \vec{r} \times m\vec{V} \quad (\text{A29})$$

che risulta ortogonale al piano del vettore \vec{r} con il vettore \vec{V} .

Nel caso in cui il polo 0, rispetto a cui si calcolano i momenti è un punto fisso, la (A28) si scrive nel modo seguente:

$$\frac{d(m\vec{h}_0)}{dt} = \vec{M}_0 \quad (\text{A30})$$

che rappresenta il teorema del momento della quantità di moto o momento angolare.

Nell'analisi della traiettoria del baricentro, di un satellite terrestre torna utile scegliere come punto 0 il centro C della Terra e distinguere le forze sul satellite in:

a) Forza gravitazionale terrestre, la cui retta d'azione passa per il centro di attrazione C; tale forza quindi non origina momento rispetto a C.

b) Forze aggiuntive piccole rispetto alla forza a), indicate come perturbazioni; queste forze non passano in genere per C e quindi generano momenti rispetto a tale punto.

Quando si trascurano le perturbazioni, la traiettoria del satellite può essere considerata "ideale", mantenendosi inalterata nel tempo.

Nella realtà il satellite è soggetto ad una serie di perturbazioni che, benché piccole, alterano la quantità di moto ed il momento della quantità di moto del satellite stesso; con il trascorrere del tempo, gli effetti della traiettoria si sommano e diventano sempre più significativi, costringendo gli addetti al controllo dell'orbita ad una serie di manovre correttive per la riacquisizione della traiettoria voluta.

La legge di gravitazione universale, enunciata da Newton assicura che "due punti materiali si attraggono reciprocamente lungo la loro congiungente con una forza proporzionale al prodotto

delle loro masse ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.” In termini matematici, dette M ed m le masse dei due corpi, considerate rispettivamente concentrate in C e P ed indicando con r la distanza CP , la forza di attrazione esercitata su m da M risulta essere data da:

$$\vec{F}_m^M = G \frac{M \cdot m}{r^2} \text{vers}(PC) \quad (\text{A31})$$

dove $\text{vers}(PC)$ indica il versore ovvero il vettore di modulo unitario, con direzione da P a C , come schematizzato in fig.A12.

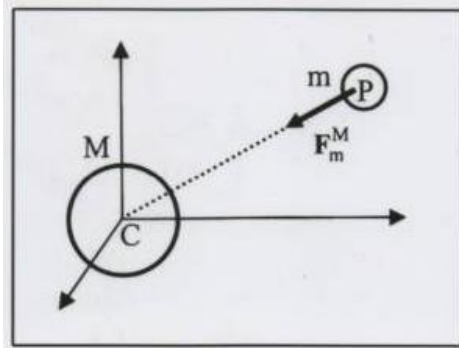


Fig.A12 Forza esercitata da M su m

Il significato degli altri parametri ci è già noto.

Per il principio di azione e reazione (terza legge di Newton) il corpo M è a sua volta attratto da m con una forza uguale ed opposta, espressa dalla seguente formula:

$$\vec{F}_M^m = G \frac{M \cdot m}{r^2} \text{vers}(CP) \quad (\text{A32})$$

Dove il versore che vi compare è da C a P .

Quanto detto è schematizzato in fig.A13.

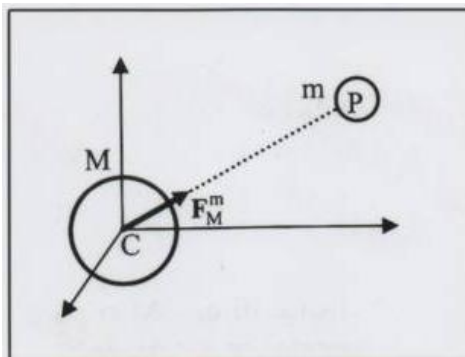


Fig.A13 Forza esercitata da m su M

Indicando con \vec{r} il vettore direzione da C a P e modulo pari alla differenza di tali punti il

$\text{vers}(\vec{r}) = \text{vers}(CP) = -\text{vers}(PC)$ può essere espresso come rapporto \vec{r}/r tra il vettore distanza \vec{r} ed il suo modulo e le equazioni si possono scrivere come:

$$\begin{cases} \vec{F}_m^M = -G \frac{Mm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \\ \vec{F}_M^m = +G \frac{Mm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \end{cases} \quad (\text{A33})$$

A6. Il problema dei due punti

Si indica come problema dei due punti (o problema dei due corpi) lo studio del moto di un corpo M, quando ambedue i corpi sono soggetti alla sola forza di mutua attrazione gravitazionale e si trascurano quindi gli effetti dovuti agli altri corpi celesti. Indichiamo con XYZ un sistema inerziale, dalla cui origine 0 le masse M ed m, assunte costanti nel tempo, distano rispettivamente \vec{r}_M ed \vec{r}_m , come schematizzato in fig.A14.

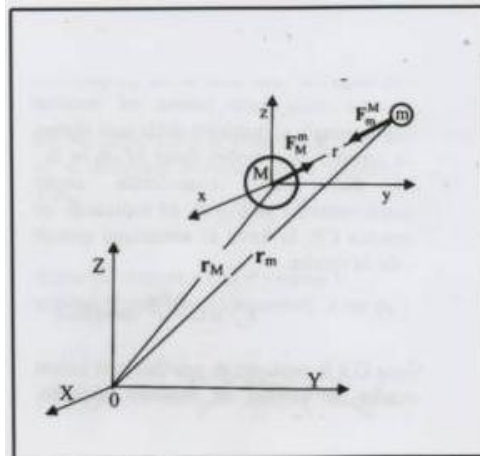


Fig.A14

Applicando la legge di Newton (A24) ed utilizzando le (A33) si ha quanto segue:

$$\frac{d^2 \vec{r}_m}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\frac{d^2 \vec{r}_M}{dt^2} = +\frac{Gm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Sottraendo membro a membro le due equazioni e ricordando che $\vec{r} = \vec{r}_m - \vec{r}_M$, si ha che:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{G(M+m)}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (\text{A34})$$

Nel caso di m molto minore di M ($m \ll M$), ipotesi questa senz'altro verificata sia per satelliti artificiali orbitanti intorno alla Terra, sia per pianeti orbitanti intorno al Sole, si può

assumere $G(M+m)$ all'incirca pari a $GM=\mu$, dove μ è detto parametro gravitazionale (che è funzione di M) e per la Terra vale $\mu_T = 398.601,2 \text{ km}^3/\text{s}^2$ mentre per il Sole è pari a $1,327 \times 10^{11} \text{ km}^3/\text{s}^2$. Così facendo si può scrivere:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{\mu}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} = 0 \quad (\text{A35})$$

La (A35) è l'equazione che governa il moto di un corpo di massa m intorno ad un altro di massa M sotto le seguenti ipotesi:

1. Il corpo di cui si studia il moto, ha massa m trascurabile rispetto alla massa M intorno al quale si muove cioè deve essere $m \ll M$;
2. Il campo gravitazionale, generato dal corpo di massa M è equivalente a quello generato dalla massa M concentrata nel centro del corpo;
3. Il corpo $m \ll M$ è soggetto alla sola forza gravitazionale, per cui non si tiene conto delle perturbazioni e in particolare:

- Non si tiene conto delle forze aerodinamiche e questo comporta che il moto è considerato nel vuoto assoluto.
- Non si tiene conto delle forze esercitate su m dalla presenza di altri corpi celesti; in realtà questi sono sempre presenti, per cui un satellite terrestre è soggetto non solo all'attrazione della Terra, ma anche del Sole, della Luna, ecc.

In sostanza si ipotizza che i due corpi siano all'interno di una sfera nella quale la forza di mutua attrazione è preponderante rispetto a tutte le altre forze al punto che queste ultime possono essere trascurate. È pertanto ipotizzabile che, all'interno della sfera di attrazione terrestre il moto di un satellite artificiale sia influenzato per lo più dall'attrazione della Terra, mentre gli altri corpi celesti vengono considerati come elementi che perturbano il moto.

In realtà alle basse quote sono perturbazioni significative quelle generate dalla non perfetta simmetria della massa terrestre e dalle forze aerodinamiche; alle alte quote diventano significativi gli effetti dovuti alla presenza di altri corpi celesti quali la Luna ed il Sole. La precisione richiesta sulla posizione di un satellite artificiale della Terra può variare dall'ordine di chilometri sino all'ordine di metri, per giungere infine all'ordine di alcuni centimetri.

Le incertezze insite nella conoscenza del campo gravitazionale terrestre, delle forze aerodinamiche, della spinta dei sistemi propulsivi, ecc., rendono praticamente impossibile la previsione esatta dell'orbita che viene poi acquisita grazie a correzioni apportate quando il satellite è già in orbita. Nella realtà le manovre collettive sono previste per tutto il periodo di vita della navicella, la cui traiettoria potrebbe subire delle modifiche intollerabili.

A7. Costanti orbitali

Nell'ambito delle ipotesi situate alla base del problema dei due punti, ed in particolare riguardo alla presenza di una sola forza dovuta all'attrazione gravitazionale (che è una forza centrale e quindi conservativa), lungo la traiettoria si mantengono costanti l'energia totale E ed il momento specifico della quantità di moto rispetto al corpo centrale di attrazione posto in C ed indicato con \vec{h} (abolendo il superfluo pedice C).

In un siffatto sistema si conservano inoltre l'energia ed il momento angolare.

Per quanto concerne la conservazione dell'energia è opportuno dire che, con le ipotesi alla base del problema dei due punti il satellite possiede solo due tipi di energia: l'energia cinetica e quella potenziale. La prima, indicata con T è dovuta alla velocità \vec{V} con cui il satellite si muove lungo l'orbita; l'energia cinetica per unità di massa del satellite risulta essere pari a:

$$T = \frac{v^2}{2} \quad (\text{A36})$$

L'energia potenziale gravitazionale U dovuta invece alla forza di attrazione terrestre, per unità di massa del satellite risulta essere pari a:

$$U = -\frac{\mu}{r} \quad (\text{A37})$$

Infatti l'energia potenziale U della forza di attrazione terrestre $F = -\mu/r^2$ è definita come:

$$U(r) = -\int_{r_0}^r F dr = \int_{r_0}^r \frac{\mu}{r^2} dr = \left[-\frac{\mu}{r} \right]_{r_0}^r = -\frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{r_0}$$

dove r_0 è un punto arbitrario dello spazio nel quale definire arbitrariamente il valore di U . Nel caso specifico è prassi assumere r_0 pari ad infinito ($r_0 = \infty$), quindi si ha che:

$$U(r) = -\frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{\infty} = -\frac{\mu}{r_0}$$

Ed ecco che la (A37) è dimostrata.

Il principio di conservazione dell'energia assicura che:

$$E = T + U = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \text{Costante} \quad (\text{A38})$$

Infatti, moltiplicando scalarmente la (A35) per $\frac{d\vec{r}}{dt}$ si ha che:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3} \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{r} = 0 \quad (\text{a})$$

Ponendo $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}$ e $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{V}}{dt}$, la (a) può scriversi come segue:

$$\vec{V} \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{\mu}{r^3} \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot \vec{r} = 0 \Rightarrow V \frac{dV}{dt} + \frac{\mu}{r^2} \frac{dr}{dt} = 0 \quad (\text{b})$$

Ora, poiché:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) = 2V \frac{dV}{dt} \text{ e } \frac{d}{dt} \left(-\frac{\mu}{r} \right) = \frac{\mu}{r^2} \frac{dr}{dt} \quad (\text{c})$$

la seconda delle (b) si scrive come segue:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right] = 0 \Rightarrow \frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \text{costante} \quad (\text{d})$$

per cui la (A35) è verificata.

In altri termini, l'energia totale del sistema si conserva.

Anche il momento angolare si conserva. Il principio di conservazione del momento della quantità di moto assicura che il momento specifico (cioè per unità di massa considerata costante) della quantità di moto \vec{h} , rispetto al corpo centrale posto in C che attrae il satellite risulta costante, ossia che:

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{V} = \text{Costante} \quad (\text{A39})$$

Infatti moltiplicando vettorialmente le (A35) per \vec{r} e ricordando che $\vec{r} \times \vec{r} = 0$, si ha quanto segue:

$$\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} \times \vec{r} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (\text{a})$$

Inoltre si ha che:

$$\frac{d}{dt} \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (\text{b})$$

Quindi la (a) si scrive come segue:

$$\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{V}) = \frac{d\vec{h}}{dt} = 0 \quad (\text{c})$$

da cui si ha che:

$$\vec{h} = \text{Costante}$$

Riassumendo, dalle (A38) e (A39) si deduce che:

- L'energia totale del satellite (sia esso un satellite artificiale terrestre o una sonda spaziale che risulta essere un satellite del Sole) non cambia lungo la traiettoria. Vi è comunque uno scambio tra le due forme di energia potenziale e cinetica; pertanto se la distanza \vec{r} del satellite aumenta, l'energia potenziale diminuisce e quella cinetica aumenta, ma l'energia totale resta sempre e comunque costante. Ne consegue che la velocità al perigeo o al perielio (r minimo e V massima) è maggiore di quella all'apogeo o all'afelio (r massimo e V minima).

- Il momento della quantità di moto (momento angolare) della navicella nel suo moto di rivoluzione rimane costante; pertanto è fisso il piano dell'orbita.
Si osservi ora la fig.A.15 di seguito riportata.

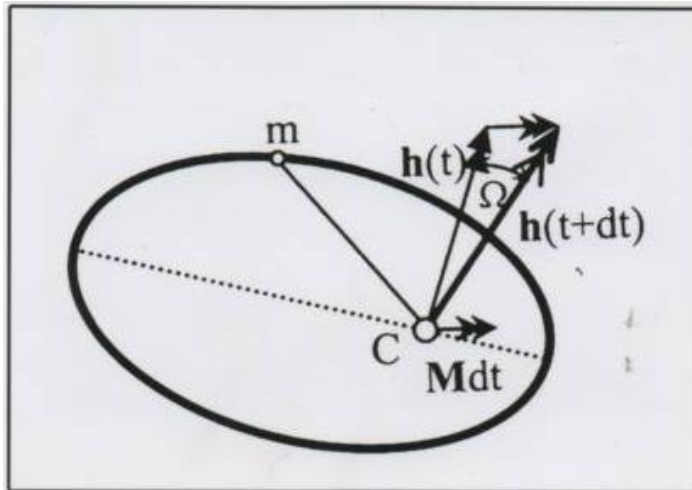


Fig.A15

Facendo riferimento al disegno riportato in questa figura, si può più in generale dire che:

- 1) Se il vettore momento \vec{M} delle forze applicate agisce nella stessa direzione del vettore momento della quantità di moto \vec{h} , quest'ultimo aumenta in modulo senza cambiare direzione; ne consegue che il piano dell'orbita resta invariato.
- 2) Se il momento \vec{M} delle forze applicate è ortogonale al vettore \vec{h} , si ha un cambio del piano orbitale; ovvero $\vec{h}(t+dt)$ ruota rispetto ad $\vec{h}(t)$ di un'angolo pari a:

$$d\Omega = \frac{Mdt}{mh} \Rightarrow \frac{d\Omega}{dt} = \frac{M}{mh}$$

ed il nuovo piano orbitale è ortogonale ad $\vec{h}(t+dt)$. Il fatto che il satellite si muove nello spazio non toglie la possibilità di parlare di "orizzontale" e "verticale" e quindi di satellite che "si alza" e che "si abbassa". Si indica come "verticale locale" il vettore \vec{r} e si definisce "orizzontale locale" quella perpendicolare alla verticale locale. Indicando con φ l'angolo che il vettore velocità \vec{V} forma con la verticale \vec{r} e con γ , che è il complementare di φ , il modulo del vettore (A39) si scrive come segue:

$$h = rV \sin\varphi = rV \cos\gamma \quad (\text{A40})$$

Quanto ora esposto è schematizzato graficamente nel disegno di fig.A16.

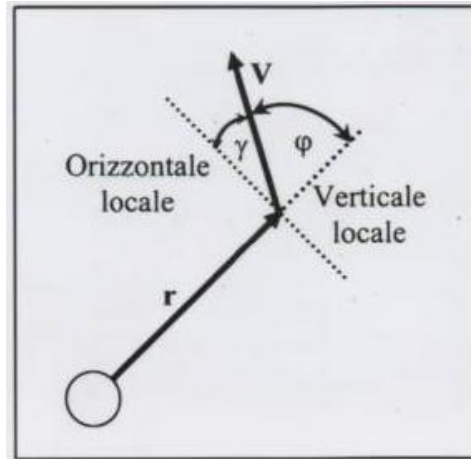


Fig.A16

A8. Parametri orbitali ed equazione dell'orbita

Al fine di definire compiutamente il piano orbitale, la traiettoria e la posizione di un satellite in orbita occorrono sei parametri, detti orbitali, definiti in un dato sistema di riferimento.

Ricordiamo che l'ordine di un'equazione differenziale non è niente altro che l'ordine di derivazione massimo con cui vi compare l'incognita; la (A35) scritta poc'anzi è quindi un'equazione vettoriale del secondo ordine, in quanto l'incognita \vec{r} vi compare derivata due volte ed è equivalente a tre equazioni scalari del secondo ordine, ovvero a sei equazioni differenziali del primo ordine; per avere una soluzione univoca di tale sistema differenziale, occorre fissare sei valori dei parametri del moto.

Tra i possibili sistemi coordinati, molto impiegato è il cosiddetto sistema "Geocentrico-Equatoriale", riportato in fig.A17 che è un sistema inerziale con origine nel centro della Terra ed assi invariabili rispetto alle stelle.

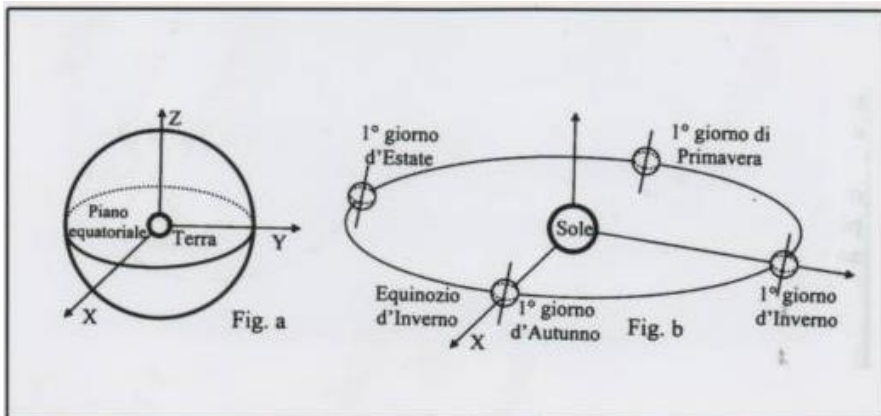


Fig.A17a (a sinistra) e A17b (a destra)

In tale sistema (fig.A17a) gli assi X e Y sono presi sul piano equatoriale terrestre e Z è ortogonale al piano X,Y; più precisamente l'asse X punta in direzione dell'equinozio d'inverno (fig.A17b), l'asse Z è in direzione del polo Nord e l'asse Y è ortogonale ai

precedenti. La scelta dei sei parametri orbitali non è unica; qui vengono riportati quelli di uso più comune. Prima di elencarli osserviamo la fig.A18 ove sono schematizzati il perigeo, la linea dei nodi e l'orbita del veicolo preso in considerazione.

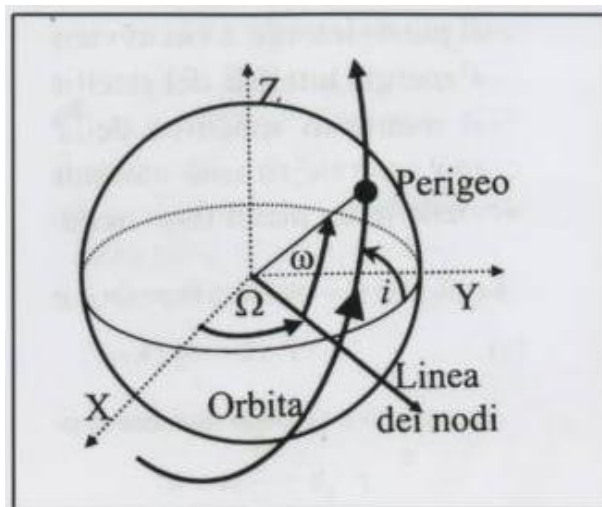


Fig.A18 Schema dei principali parametri orbitali

I parametri di uso più comune sono:

a) I tre parametri che definiscono il piano orbitale:

1a) Longitudine Ω del nodo ascendente. Si indica come linea dei nodi il segmento sul piano equatoriale terrestre tracciato dall'origine degli assi al punto di intersezione della traiettoria. Detto punto di intersezione è detto nodo ascendente se, come nel caso di figura, la traiettoria vi passa venendo da Sud per andare verso Nord.

Se la traiettoria viene da Nord per andare verso Sud il nodo è invece detto discendente. La longitudine del nodo ascendente è l'angolo Ω che la linea dei nodi forma con l'asse X misurato lungo il parallelo passante per l'equatore.

2a) Inclinazione del piano orbitale. È l'angolo formato dal piano dell'orbita con il piano equatoriale terrestre; è quindi l'angolo tra il versore di Z ed il vettore \vec{h} momento specifico della quantità di moto.

3a) Argomento ω del periapse. È l'angolo nel piano orbitale tra il nodo ascendente ed il perigeo, misurato nella direzione del moto del satellite; indica quindi l'orientazione della traiettoria nel piano orbitale.

b) I due parametri che definiscono l'orbita sono:

4b) L'eccentricità "e" il cui valore definisce il tipo di conica (si riveda il paragrafo A.3)

5b) Il semiasse maggiore "a" che definisce la dimensione massima dell'orbita.

c) Un parametro che definisce la posizione del satellite lungo l'orbita:

6c) Il tempo t dell'ultimo passaggio per il perigeo.

Due termini sovente utilizzati per descrivere una traiettoria sono quelli di "orbita diretta", quando percorsa verso Est ed "orbita inversa" quando percorsa verso Ovest. L'orbita diretta è la direzione in cui i pianeti ruotano intorno al Sole e la direzione in cui ruotano intorno al proprio asse il Sole, la Terra ed i restanti pianeti, ad eccezione di Venere e Urano.

La soluzione dell'equazione differenziale (A35) espressa nelle coordinate polari r e v , risulta.

$$r = \frac{h^2/\mu}{1+(B/\mu)\cos v} \quad (\text{A41})$$

dove B è una costante ed h il momento della quantità di moto. Confrontando la (A41) con la (A15) si può affermare che la traiettoria di un satellite è una conica di semiasse retta $p=h^2/\mu$ ed eccentricità $e=B/\mu$. Riassumendo alcuni dei principali risultati ottenuti possiamo dire che:

- Tutte le possibili traiettorie di un satellite sono delle coniche;
- Il punto intorno a cui avviene il moto di un satellite è un fuoco della conica;
- L'energia totale E del satellite è costante lungo l'orbita;
- Il momento specifico della quantità di moto \vec{h} del satellite rispetto al corpo centrale rimane costante lungo l'orbita e quindi il moto del satellite avviene in un piano fisso nello spazio inerziale.

La (A41) si può ottenere facendo il prodotto vettoriale della (A35) per h:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \times \vec{h} = \frac{\mu}{r^3} (\vec{h} \times \vec{r}) \quad (\text{a})$$

il cui primo e secondo membro si possono riscrivere come segue:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \times \vec{h} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{h} \right)$$

$$\frac{\mu}{r^3} (\vec{h} \times \vec{r}) = \frac{\mu}{r^3} (\vec{r} \times \vec{V}) \times \vec{r} = \frac{\mu}{r^3} [\vec{V} (\vec{r} \cdot \vec{r}) - \vec{r} (\vec{r} \cdot \vec{V})] = \frac{\mu}{r} \vec{V} - \frac{\mu}{r^2} \frac{dr}{dt} \vec{r} = \mu \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right)$$

Pertanto la (a) si scrive nel modo seguente:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{h} \right) = \mu \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \quad (\text{b})$$

Integrando ambo i membri si ha quanto segue:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{h} = \mu \frac{d\vec{r}}{r} + \vec{B} \quad (\text{c})$$

dove \vec{B} è un vettore costante di integrazione.

Moltiplicando scalarmente la (c) per \vec{r} si ha quanto segue:

$$\vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{h} = \vec{r} \cdot \mu \frac{\vec{r}}{r} + \vec{r} \cdot \vec{B} \quad (\text{d})$$

Infine, ricordando che:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c}, \text{ e che } \vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$$

si ha che:

$$h^2 = \mu r + rB \cos v \quad (e)$$

dove v è l'angolo compreso tra il vettore \vec{B} ed il raggio vettore \vec{r} .

A9. Velocità circolare, velocità di fuga e immissione in orbita

La velocità circolare è la velocità che consente al satellite di mantenersi in un'orbita circolare di raggio R . Tale velocità V_C si ottiene dall'equilibrio della forza centrifuga e quella di attrazione gravitazionale:

$$\frac{V_C^2}{R} = \frac{\mu}{R^2} \Rightarrow V_C = \sqrt{\frac{\mu}{R}} \quad (A42)$$

da cui si evince che su un'orbita circolare la velocità di un satellite è costante ed il suo valore diminuisce al crescere del raggio R dell'orbita.

La velocità di fuga, invece, come già accennato nelle pagine precedenti, è la velocità minima necessaria da imprimere ad un veicolo per fargli vincere gli effetti della gravità del corpo che lo attrae. Sebbene il campo gravitazionale di un corpo si estenda all'infinito, la sua forza diminuisce rapidamente con la distanza; è quindi sufficiente dotare il veicolo di un valore finito della velocità per consentirgli di immettersi su un'orbita parabolica di fuga senza ricadere sul corpo che l'attrae. Tale velocità di fuga si può determinare scrivendo il principio di conservazione dell'energia in due punti della traiettoria: il primo a distanza r dove "la velocità locale di fuga" è V_F , il secondo all'infinito $r_\infty = \infty$ dove la velocità è nulla, $V_\infty=0$:

$$E = \frac{V_F^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \frac{V_\infty^2}{2} - \frac{\mu}{r_\infty} = 0 \Rightarrow V_F = \sqrt{\frac{2\mu}{r}} \quad (A43)$$

I diagrammi che seguono riportano le due velocità al variare della distanza dalla superficie della Terra, assumendo il raggio terrestre pari a 6.370 km.

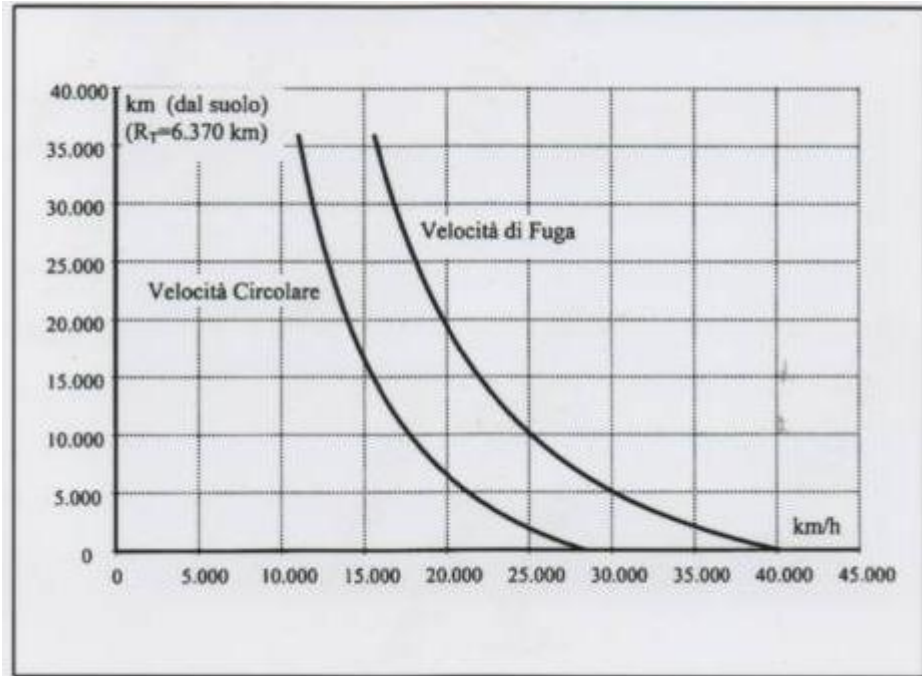


Fig.A19 Diagrammi delle velocità

In base alla relazione vista poc' anzi:

$$h^2 = p \cdot \mu \quad (\text{A44})$$

noto $\mu = GM$, assegnare il modulo del momento della quantità di moto h equivale ad assegnare il semilato retto p dell'orbita. La (A40) calcolata al perigeo, dove $\varphi = 90^\circ$, utilizzando la (A44) si scrive come segue:

$$h = r_p V_p \text{ sen } 90^\circ = r_p V_p \Rightarrow V_p^2 = \frac{h^2}{r_p^2} = \frac{\mu p}{r_p^2} \quad (\text{A45})$$

che ricordando le (A.20) e (A21), ci permette di calcolare la costante della (A38) come segue:

$$E = \frac{V_p^2}{2} - \frac{\mu}{r_p} = \frac{\mu p}{2r_p^2} - \frac{\mu}{r_p} = \frac{\mu a(1-e^2)}{2a^2(1-e)^2} - \frac{\mu}{a(1-e)} = -\frac{\mu}{2a} \quad (\text{A46})$$

dalla quale risulta evidente che assegnare E equivale ad assegnare a .

La (A46) è una relazione valida per ogni tipo di orbita ed in particolare:

- Per cerchio ed ellisse per i quali $a > 0$, l'energia (specifica) è negativa
- Per orbite paraboliche per le quali $a = \infty$, l'energia (specifica) è nulla
- Per orbite iperboliche per le quali $a < 0$, l'energia (specifica) è positiva

In altri termini il valore dell'energia E determina da solo il tipo di orbita ed insieme ad h ne definisce compiutamente la forma.

In conclusione le due quantità E ed h definiscono i due parametri geometrici a e p ; nei quest'ultimi è possibile ricavare qualsiasi altra grandezza caratteristica dell'orbita ed in particolare:

a) L'eccentricità e , in quanto dalla (A20) si ha che:

$$p = a(1 - e^2) \Rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{p}{a}} \quad (\text{A47})$$

che, ricordando la (A44) e ricavando il semiasse a dalla (A46) si scrive come segue:

$$e = \sqrt{1 + \frac{2Eh^2}{\mu^2}} \quad (\text{A48})$$

b) La distanza del perigeo e dell'apogeo utilizzando le (A21):

$$r_p = a(1 - e) \quad \text{ed} \quad r_a = a(1 + e) \quad (\text{A49})$$

c) La velocità del satellite lungo l'orbita. Infatti, partendo dalla (A46), scritta in un generico punto della conica a distanza r dove la velocità è V si ha che:

$$\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} \Rightarrow V = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a} \right)} \quad (\text{A50})$$

Viceversa si può assegnare una qualsiasi coppia di parametri indipendenti (p, e) , (a, e) , (V, r) in un punto dell'orbita, per ottenere valori di E e di h .

Per chiarire quanto ora asserito si pensi di aver portato un satellite alla quota $z=1.000$ km e, sparandolo da un cannone di voler realizzare un'orbita circolare di raggio $R=z+R_T$ per la quale, in base all'equazione (A42) serve la velocità:

$$V_C = \sqrt{\frac{\mu}{z+R_T}} \cong 7,35 \text{ km/s} \quad (\text{A51})$$

avendo approssimato la Terra ad una sfera di raggio $R_T=6.370$ km.

Per velocità V diverse dal valore (A51), l'orbita non è più circolare e si ha che:

- Se $V < V_C$, l'orbita è ellittica e la posizione del cannone è l'apogeo;
- Se $V > V_C$, l'orbita è ellittica e la posizione del cannone è il perigeo.

In fig.A20 è schematizzato il moto di un satellite intorno alla Terra.

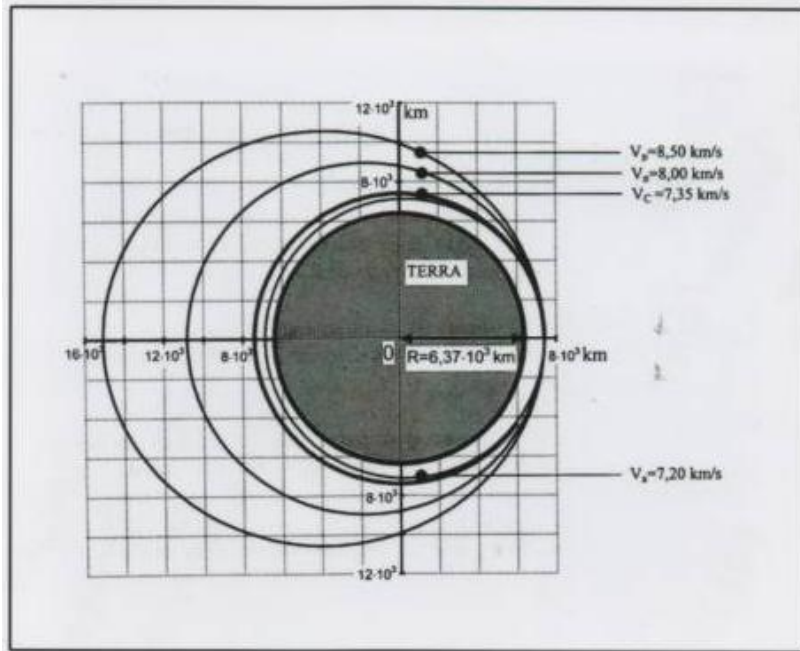


Fig.A20 Orbite satellitari intorno alla Terra

La figura seguente riporta l'andamento della velocità (A50) lungo le orbite prima disegnate al variare dell'angolo α misurato dalla posizione del cannone, ovvero se v è l'anomalia $\alpha \equiv v$ per le orbite con $a > R$ ed $\alpha \equiv v + 180^\circ$ per l'orbita $a < R$.

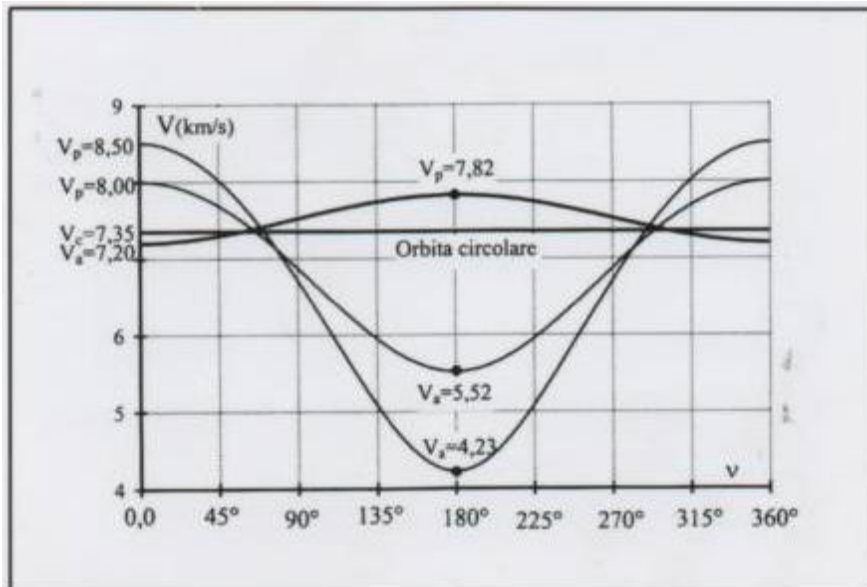


Fig.A21 Andamento della velocità lungo le orbite

A10. Periodo orbitale, analisi di una missione spaziale, e configurazione del veicolo spaziale

Si definisce velocità areolare l'area spazzata dal vettore \vec{r} nell'unità di tempo, per cui:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{dv}{dt} \quad (\text{A52})$$

dove, con riferimento alle figure (figg. A22a ed A22b), la velocità tangenziale V_t risulta:

$$V_t = r \frac{dv}{dt} = V \cos \gamma \quad (\text{A53})$$

per cui, la (A40) si scrive come segue:

$$h = rV \cos \gamma = r^2 \frac{dv}{dt} = 2 \frac{dA}{dt} \quad (\text{A54})$$

Pertanto, in definitiva si ha che:

$$dA = \frac{h}{2} dt \quad (\text{A55})$$

che, ricordando che h è costante dimostra la seconda legge di Keplero secondo la quale le aree spazzate sono proporzionali ai tempi impiegati per percorrerle (legge delle aree).

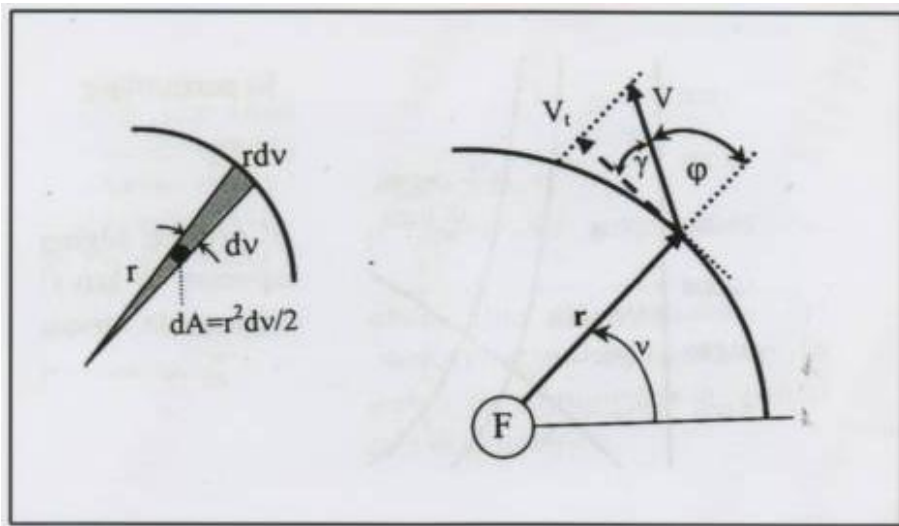


Fig.A22 Velocità areolare e velocità tangenziale

Indicando con T il periodo orbitale, ovvero il tempo impiegato per compiere un'orbita completa, durante il quale \vec{r} spazza l'intera area $A = \pi ab$ dell'ellisse, dalla (A55), estesa (o, più precisamente integrata) su tutta l'orbita si ha che:

$$\pi ab = \frac{h}{2} T \quad (\text{A56a})$$

$$T = \frac{2\pi ab}{h} \quad (\text{A56b})$$

Si osservi l'ellisse riportata in fig.A23.

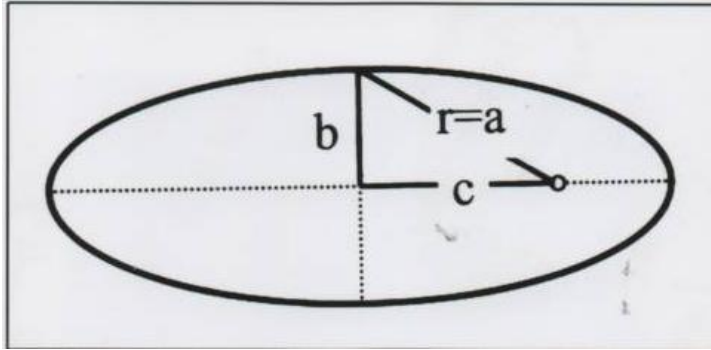


Fig.A23

Con riferimento alla figura ora mostrata, si ha quanto segue:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{a^2(1 - e^2)} = \sqrt{ap} \quad (\text{A57})$$

Ora, in base alla (A42) si ha che:

$$h = \sqrt{\mu p} \quad (\text{A58})$$

e sostituendo le (A57) e (A58) nella (A55), non si ottiene altro che la terza legge di Keplero:

$$T = \frac{2\pi\sqrt{a^3 p}}{\sqrt{\mu p}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \sqrt{a^3} \quad (\text{A59})$$

In questo modo si è potuta ottenere una dimostrazione più rigorosa (o per meglio dire, più generale) della terza legge di Keplero.

In particolare, per un'orbita circolare di raggio R, si ha che:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \sqrt{R^3} \quad (\text{A60})$$

Il grafico seguente, oltre che le già menzionate velocità di fuga e circolare, (qui espresse in km/s), riporta il periodo orbitale (espresso in ore) in funzione della quota misurata dalla superficie terrestre per orbite circolari.

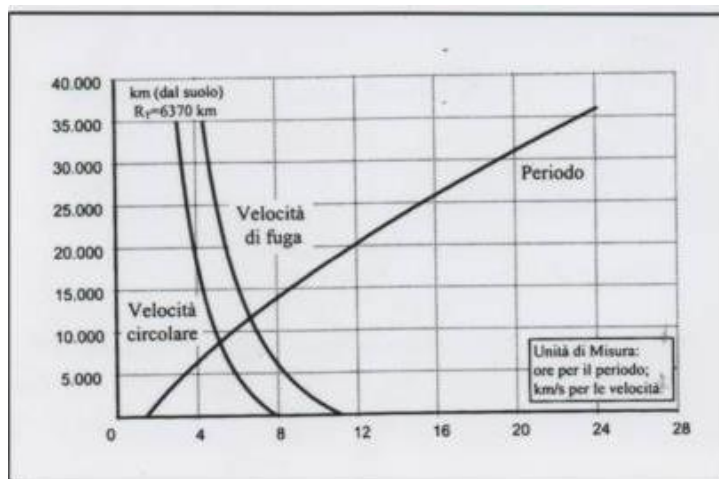


Fig.A24 Confronto tra
velocità circolare, di fuga e periodo orbitale

Una missione spaziale viene realizzata attraverso le seguenti fasi:

- Fase di pre-lancio, che include tutte quelle operazioni necessarie fino all'accensione dei propulsori. Questa fase viene effettuata scandendo il conto alla rovescia.
- Fase di lancio, dall'accensione dei propulsori fino all'immissione del veicolo in orbita, che potrebbe essere anche di parcheggio momentaneo. In questa fase che nella sua parte iniziale comprende le ultime fasi del count-down è indispensabile il continuo scambio di comunicazioni con il veicolo per consentirne il controllo e l'eventuale distruzione. La traiettoria per la messa in orbita, dopo un tratto praticamente verticale, diviene curvilinea per arrivare tangente all'orbita su cui porre il satellite. L'ascensione è verticale negli strati più densi dell'atmosfera ove è significativa la resistenza aerodinamica. Quando l'azione frenante e perturbatrice dell'atmosfera si riduce sensibilmente, inizia la variazione di direzione della traiettoria che diviene sempre più obliqua fino a raggiungere l'angolazione desiderata per l'immissione in orbita. Il cambio di direzione può essere ottenuto con varie tecniche, accendendo piccoli razzi disposti alla base del vettore, orientando il getto attraverso la rotazione dell'ugello del propulsore principale, o più semplicemente azionando idonee alette elevatrici.
- Fase di trasferimento orbitale, durante la quale il veicolo dall'orbita di parcheggio, viene trasferito sull'orbita richiesta dalla missione. Infatti sia per le ridotte capacità del vettore a raggiungere la quota desiderata che per le inevitabili incertezze, difficilmente l'immissione iniziale è sull'orbita voluta e solo a posteriori è possibile verificare la reale orbita del veicolo.
- Fase di messa a riposo e, successivamente, fase finale della missione. Nel caso specifico di satelliti artificiali, la tendenza attuale è di programmare la fine, prima che avvenga per cause naturali, per tutti i satelliti orbitanti, immettendoli su un'opportuna orbita di rientro in modo da distruggerli o di evitarne la caduta su zone a rischio. In fig.A25 sono schematizzate le varie fasi del lancio.

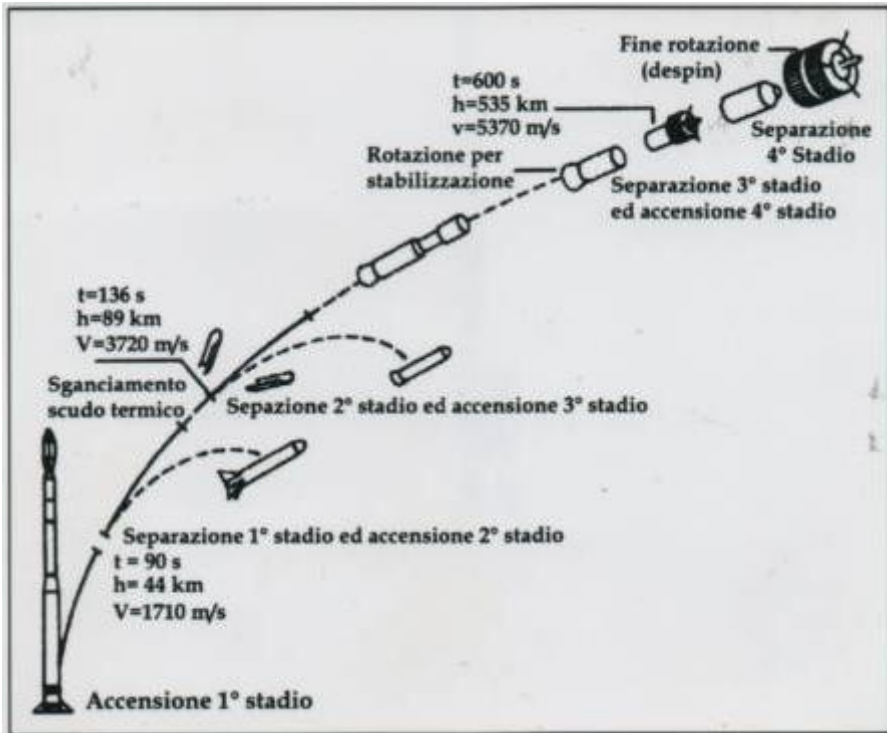


Fig.A25 Varie fasi del lancio

Ciascun veicolo spaziale (satellite o sonda), inteso come l'oggetto che viene posto in orbita dal razzo vettore, è composto da uno spacecraft bus, da un carico utile o carico pagante (payload) e, naturalmente, dal propellente. Lo spacecraft bus ha il compito di ospitare il payload e di permettergli di svolgere la sua funzione. Col termine payload si intende infatti l'insieme di quegli strumenti e dispositivi che servono a portare a termine l'obiettivo della missione. Il peso dello spacecraft bus può arrivare ad essere più di sei volte maggiore di quello del payload.

Dal punto di vista strutturale un veicolo spaziale è composto da un corpo centrale, che ospita l'equipaggiamento di base, dai pannelli solari (quasi sempre presenti e dalle appendici (booms) atte ad ospitare strumenti o dispositivi particolari. Tali booms vengono ripiegati durante la fase di lancio per evitare danneggiamenti agli strumenti e per ridurre il volume occupato dal veicolo spaziale. La densità media dei satelliti lanciati in orbita tra il 1975 ed il 1984, in configurazione di lancio e col pieno di propellente varia tra 29 kg/m^3 e 172 Kg/m^3 con un valore medio di 79 kg/m^3 . Il veicolo spaziale, generalmente ha simmetria cilindrica con l'asse di simmetria parallelo all'asse di spinta del vettore di lancio. Il diametro è spesso inferiore a quello del booster sottostante; un'eccezione è rappresentata dall'ormai dismesso Ariane 4 con la sua caratteristica forma a bulbo, che tuttavia ne penalizzava le prestazioni aerodinamiche. I pannelli solari possono essere di due tipi:

1. Panel mounted. Montati su pannelli che hanno la caratteristica di essere a struttura portante e così facendo aggiungono peso al veicolo. Hanno il notevole vantaggio di poter essere dimensionabili grandi a piacere; producono circa 100 W/m^2 con una efficienza di circa il 7%.

2. **Body mounted.** Sono montati sull'esterno della struttura del veicolo stesso; la portanza è quindi fornita dal corpo del veicolo e la superficie è limitata dalla superficie del veicolo.

Il sistema di controllo dell'assetto deve fornire due assi per ogni oggetto che deve essere puntato. Poiché un corpo rigido possiede tre assi di controllo può essere puntato un solo oggetto. Ad esempio l'asse di imbardata può essere puntato verso Nadir tramite il controllo degli altri due assi (di rollio e di beccheggio). Per puntare contemporaneamente due oggetti è necessario aggiungere un asse al corpo ovvero serve una giuntura articolata (il corpo quindi non è più un corpo rigido). In tal modo, ad esempio, si può orientare una antenna di tipo "body mounted" verso Nadir ed i pannelli solari, montati sul rotore di un motore elettrico, verso il Sole.

Questo approccio è detto "yaw steering". Ma, volendo si può andare anche oltre. Il TDRS (Tracking & Data Relay System studiato per fungere da ponte radio nelle bande S, K e C per i satelliti artificiali verso le stazioni a terra) ad esempio ha tre antenne indipendenti per un totale di sei assi meccanici di controllo in più rispetto ai tre assi di controllo intrinseci al corpo e all'asse aggiuntivo necessario per poter orientare i pannelli solari verso il Sole.

Il controllo per mantenere un determinato assetto nello spazio inerziale, spesso utilizza la velocità di spin del veicolo sfruttando l'incremento del momento della quantità di moto dello stesso. Questo approccio di tipo passivo è molto resistente ai disturbi e relativamente semplice. D'altra parte si manifesta spesso l'esigenza di avere una parte del veicolo spaziale che non ruoti. La soluzione porta ai sistemi "dual spin" dove una parte del veicolo (la piattaforma di despun) ruota in senso inverso all'altra in modo da non ruotare nello spazio inerziale. Tutti i sistemi di tipo spinnato di solito utilizzano celle fotovoltaiche di tipo body mounted posizionate sulla struttura cilindrica del veicolo.

La sonda Galileo, ad esempio, ha aumentato la propria velocità di spin a 10 rpm prima di rilasciare il "probe" che si è poi tuffato nelle nubi del "gigante gassoso". La Galileo è stata la prima sonda interplanetaria ad utilizzare un sistema di tipo dual spin.

Nella parte non spinnata vengono montati gli strumenti fotografici, i giroscopi ed altri sensori remoti; nella parte spinnata sono invece localizzati i rivelatori di particelle e di campi elettromagnetici in quanto devono essere ugualmente sensibili in ogni direzione. La parte spinnata ospita altresì le antenne di comunicazione (che tuttavia essendo coassiali con lo spin non ne risentono), lo star scanner, il modulo di propulsione, i computers di volo e la maggior parte dei sistemi di supporto. Nel funzionamento "di crociera" la sezione spinnata ruota a 3 rpm e la parte non spinnata viene fatta ruotare in senso opposto, con l'ausilio di un motore elettrico.

I pannelli fotovoltaici sono caratterizzati da un rapporto tra area totale ed area proiettata diverso, a seconda della forma geometrica degli stessi o, nel caso di quelli body mounted della forma del supporto delle celle solari.

In particolare, tale rapporto, dal punto di vista geometrico vale:

- **1** se la forma è piana ed il pannello è puntato verso il Sole (è questo il caso dei panel mounted);
- **$1/\pi$** se la forma è cilindrica con asse ortogonale alla direzione del Sole (è questo il caso dei body mounted su satelliti spinnati o dual spin); questa forma consente una migliore dissipazione del calore e permette quindi di migliorare l'efficienza rendendo possibile un'area uguale a 2,5 volte quella di un pannello solare di tipo planare.
- **$1/4$** se la forma è sferica o comunque con uguale superficie in ogni direzione; un classico esempio in tal senso è la serie dei satelliti VELA inizialmente destinati alla rivelazione di esplosioni nucleari e successivamente scopritori involontari delle sorgenti di

raggi gamma (gamma ray bursts).

I booms di cui si è già accennato possono essere montati per ospitare strumenti molto sensibili a campi elettromagnetici (potrebbero risentire dell'attività elettrica della sonda) o, ad esempio i generatori elettrici a decadimento radioattivo a radioisotopi (le cui radiazioni possono essere dannose per la strumentazione elettronica di bordo), come quelli usati sulle sonde interplanetarie di tipo Pioneer 10 e 11 o sulle Voyager, nonché sulla Galileo e sulla Cassini. Un'altra possibilità nell'uso dei booms è per aumentare il momento di inerzia ai fini della stabilità e/o per supportare un controllo d'assetto a gradiente di gravità come è accaduto per il satellite GEOSAT utilizzato per mappare la forma della Terra attraverso un altimetro radar.

A11. Il lancio

L'invio di un razzo nello spazio si esegue ormai con notevole sicurezza anche se restano indispensabili lunghi e delicati preparativi. A tal fine sono richieste numerose operazioni:

- Calcolo della traiettoria che dovrà seguire il veicolo in funzione del giorno e dell'ora del lancio;
- Preparazione del razzo e dell'equipaggiamento scientifico;
- Lancio propriamente detto;
- Correzione della traiettoria o della velocità;
- Guida del veicolo ed eventuale posa in orbita;
- Esame dei segnali trasmessi dal veicolo;
- Eventuale telecomando per il ritorno sulla Terra.

Prima e durante il lancio è molto importante il cosiddetto conto alla rovescia (countdown) che consiste in una serie di operazioni preliminari e di verifiche eseguite in un determinato ordine al termine delle quali il tempo, contato a ritroso minuto per minuto e poi secondo per secondo giunge all'istante zero, istante in cui avviene il distacco del vettore dalla rampa di lancio. Il conto alla rovescia è l'applicazione ai razzi della check-list, verifiche eseguite dall'equipaggio di un aereo immediatamente prima della partenza; ma nel caso di un razzo il numero di tali controlli è molto più elevato (nei primi lanci americani la durata di queste operazioni non era inferiore alle quindici ore). In questo intervallo di tempo possono però cambiare condizioni in precedenza accettate (il cielo può coprirsi di nubi, la bassa temperatura dell'ossigeno liquido può alterare il funzionamento di una valvola, ecc.). Occorre dunque interrompere il conto alla rovescia e procedere alle necessarie riparazioni prima di riprendere il conto stesso.

I ritardi intervenuti nel conto alla rovescia di un razzo destinato a collocare in orbita un satellite non hanno alcuna importanza sul successo dell'operazione. Non così per il veicolo cosmico destinato a seguire una traiettoria balistica nello spazio, in particolare quando non si dispongono di mezzi efficaci per correggere la traiettoria durante il volo. Infatti tale traiettoria è il risultato di laboriosi calcoli in cui si tiene conto dell'ora esatta della partenza e dell'arrivo del razzo, delle rispettive posizioni della Terra e dell'obiettivo, dell'attrazione che l'una o l'altro esercitano sul veicolo per tutta la durata del volo.

È bene fare anche dei brevi cenni sulla posizione che deve avere un poligono di lancio e sulla già menzionata finestra di lancio.

Nell'immissione in orbita l'inclinazione del piano orbitale è condizionata dalla posizione geografica del poligono di lancio. Supponiamo che la base C sia situata alla latitudine λ ed il veicolo venga lanciato con un azimuth di lancio β ; dal triangolo sferico di fig.A26 si ha quanto segue:

$$\cos i = -\cos 90^\circ \cos \beta + \sin 90^\circ \sin \beta \cos \lambda = \sin \beta \cos \lambda \quad (\text{A61})$$

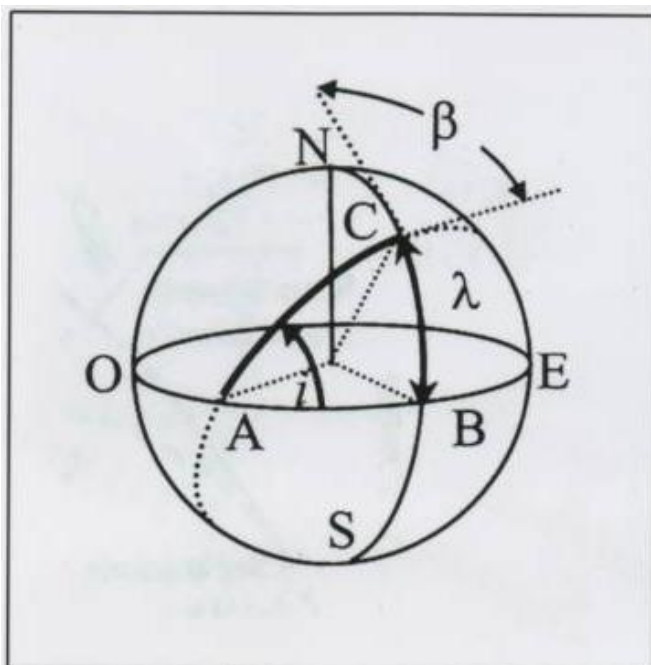


Fig.A26

Per un'orbita con inclinazione $0 \leq i < 90^\circ$ deve risultare $\cos i > 0$; poiché per $-90^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$ risulta $\cos \lambda > 0$, dalla (A61) perché si realizzi tale orbita deve risultare che $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$. Chiediamoci quale è l'inclinazione minima i_{\min} del piano orbitale che si può ottenere con un lancio dalla latitudine λ . L'inclinazione minima si ha per $\cos i_{\min}$ massimo, quindi $\beta = 90^\circ$ e dalla (A60) si ha che:

$$\cos i_{\min} = \cos \lambda \Rightarrow i_{\min} = \lambda$$

Ovvero l'inclinazione minima ottenibile da una base alla latitudine λ è λ . In particolare, per collocare direttamente un satellite su un'orbita equatoriale con $i = 0^\circ$, il poligono di lancio deve essere posto all'equatore ($\lambda = 0$).

Prende il nome di finestra di lancio (launch window) il limitato intervallo di tempo durante il quale il lancio garantisce gli obiettivi della missione.

La finestra di lancio è fortemente condizionata:

- Dal tipo di missione da compiere; basti pensare che poiché il piano orbitale è praticamente fisso, il lancio può essere effettuato solo quando il poligono si trova a ruotare nel piano orbitale;
- Dai vincoli dettati dalle caratteristiche del lanciatore, dall'orbita di trasferimento, dall'eventuale rendezvous e/o docking con altri veicoli, ecc.

Queste considerazioni comportano che le finestre di lancio hanno durate piuttosto brevi, con intervalli temporali anche molto lunghi.

A titolo di esempio, nel caso di orbite LEO (Low Earth Orbit, ossia orbite basse) elio-sincrone, la finestra di lancio si riduce a pochi minuti e limitatamente a due volte al giorno; se poi ci sono vincoli sull'azimuth di lancio, dovuti alla posizione del poligono, la finestra si riduce ad una al giorno; nel caso di missioni interplanetarie, diventa determinante l'allineamento planetario che può comportare un intervallo di tempo fra due finestre di lancio dell'ordine di mesi o, talvolta, anche di anni.

Il problema di determinare la finestra di lancio è simile al problema del rendez-vous. Infatti la finestra di lancio per una determinata orbita è definita come l'intervallo di tempo in cui la base di lancio (launch site) ruota (a causa della rotazione terrestre) attraverso il piano orbitale dell'orbita da ottenere, aggiustato con un certo margine. Tale quantità è determinata dalla capacità del veicolo spaziale di correggere l'orbita una volta che si trovi nello spazio. In altri termini se il veicolo spaziale ha a disposizione molto propellente per effettuare correzioni d'orbita, allora può essere lanciato anche un po' prima o un po' dopo che il launch site attraversi il piano orbitale, confidando poi nella possibilità del veicolo di raggiungere comunque il piano orbitale prefissato, il quale, a sua volta, dovrà essere raggiunto con una certa tolleranza.

Condizione necessaria per l'esistenza di una finestra di lancio è che il launch site attraversi il piano orbitale durante una rotazione terrestre. Ciò pone delle restrizioni sulla inclinazione i dell'orbita raggiungibile da una base di lancio situata a latitudine L . In particolare, non esiste alcuna finestra di lancio se $L > i$ per orbite dirette, o $L > 180^\circ - i$, per orbite retrograde. Inoltre esiste una sola finestra di lancio per ogni rotazione terrestre (cioè per ogni giorno) se $L = i$ (dirette) o $L = 180^\circ - i$ (retrograde). Questo concetto si può facilmente intuire osservando la fig.A27; facendo riferimento ad essa si ha che:

$$\beta = \beta_1 \pm \gamma \approx \beta_1 \quad (\text{A62})$$

dove β rappresenta l'azimuth di lancio o launch azimuth (ovvero l'angolo che la direzione di lancio forma col Nord geografico), β_1 l'azimuth di lancio inerziale (ovvero senza considerare la rotazione terrestre) e γ rappresenta una piccola correzione per considerare la velocità di rotazione terrestre alla latitudine L considerata. In formule si ha che:

$$\text{sen } \beta_1 = \frac{\cos i}{\cos L} \quad \text{e} \quad \text{tang } \gamma = \frac{V_L \cos \beta_1}{V_0 - V_{eq} \cos i}$$

avendo indicato con:

1. V_L , la velocità inerziale della base di lancio;
2. V_0 , la velocità subito dopo il lancio;
3. V_{eq} , la velocità di rotazione terrestre all'equatore.

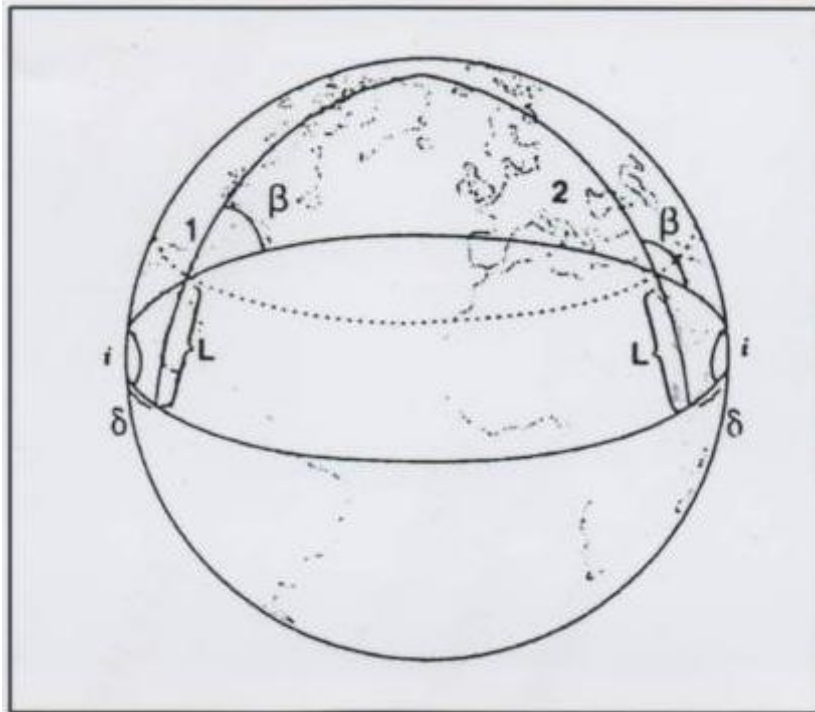


Fig.A27

Se si indica con δ l'angolo, sul piano equatoriale, dal nodo più vicino alla longitudine del launch site, si ha $\delta > 0$ per orbite dirette e $\delta < 0$ per orbite retrograde. Inoltre, detto "tempo sidereo locale del lancio" (Local Sidereal Time o LST) l'angolo dall'equinozio di primavera alla longitudine del lancio, e indicando con Ω l'ascensione retta del nodo ascendente si ha:

$$\text{Local Sidereal Time} = \Omega + \delta \quad (\text{A63})$$

se l'angolo δ è riferito al nodo ascendente, e:

$$\text{Local Sidereal Time} = \Omega + \pi - \delta \quad (\text{A64})$$

se l'angolo δ è riferito al nodo discendente.

Siamo ora in grado di calcolare le componenti della velocità da impartire al veicolo spaziale che deve entrare in orbita con velocità V_{b0} , detta velocità di burn-out in quanto rappresenta la velocità finale che il veicolo deve aver raggiunto quando ha terminato di bruciare il propellente. Secondo le tre componenti dirette verso il Sud, l'Est e la verticale si ha quanto segue:

$$V_S = -V_{b0} \cos\Phi \cos\beta \quad (\text{A65})$$

$$V_E = V_{b0} \cos\Phi \sin\beta_0 + V_L \quad (\text{A66})$$

$$V_Z = V_{b0} \sin\Phi \quad (\text{A67})$$

Nelle equazioni ora scritte, β_0 rappresenta l'angolo di azimuth al burn-out, Φ è la pendenza della traiettoria al burn-out rispetto ad un piano ortogonale al raggio terrestre, e V_L la velocità

inerziale della base di lancio dovuta alla rotazione terrestre, esprimibile in km/s come:

$$V_L = 0,4645 \cos L \quad (A68)$$

È opportuno far notare che le (A65), (A66) e (A67) sono piuttosto approssimative in quanto non considerano le perdite dovute all'attrito atmosferico ed alla gravità.

Non appena un razzo si distacca dalla rampa di lancio ha inizio la fase ascensionale e nella fig.A28 è schematizzata proprio questa fase.

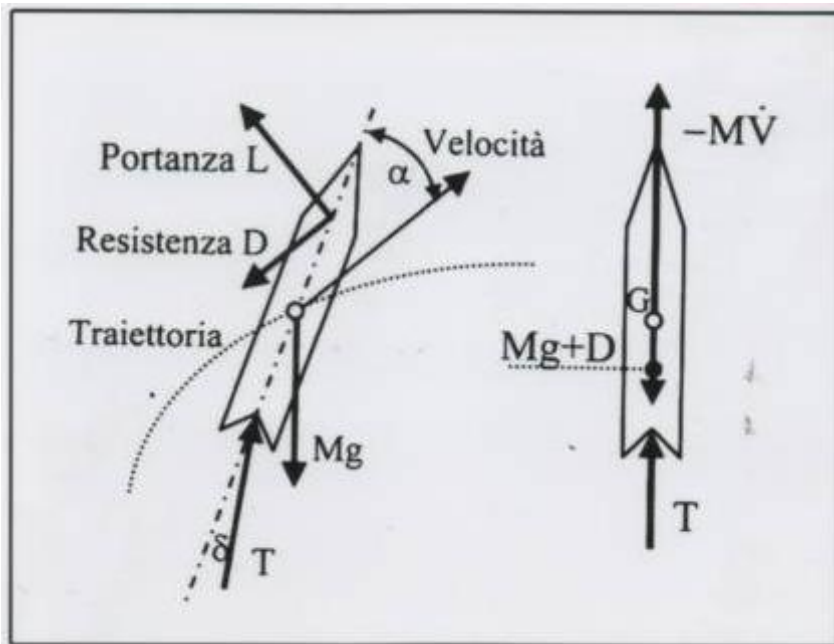


Fig.A28a (a sinistra) ed A28b (a destra)

Pur risultando gran parte della traiettoria del lanciatore una curva, come mostrato dalla fig.A28a in questa sede ci limiteremo a considerarla verticale (fig.28b) come di fatto essa è nei primissimi istanti dopo il decollo.

In questo caso indicando con M la massa del vettore, l'equazione della traiettoria può esprimersi come segue:

$$M \frac{dv}{dt} = T - Mg - D \quad (A69)$$

dove T è la spinta generata dai gas espulsi, Mg è la forza peso e D la resistenza aerodinamica. Nell'equazione (A69) variano con il tempo i seguenti parametri:

- La massa M poiché in parte espulsa (trattasi di un sistema con massa variabile)
- La resistenza aerodinamica D , che dipende da diversi fattori quali la densità dell'atmosfera incontrata, la velocità e la forma del veicolo, ecc.
- La spinta T , in generale variabile con la quota

Detta M la portata della massa espulsa, la spinta T (in direzione opposta alla massa espulsa in base alla terza legge della dinamica, o se si preferisce, in base alla legge di conservazione della quantità di moto) esplicitata in termini di impulso specifico I_{sp} risulta pari a:

$$T = -I_{sp} \cdot g_0 \cdot \dot{M}$$

che sostituita nella (A69), indicando con \ln il logaritmo naturale dà origine a:

$$\frac{dV}{dt} = -I_{sp}g_0 \frac{\dot{M}}{M} - g - \frac{D}{M} = -I_{sp}g_0 \frac{d}{dt}(\ln M) - g - \frac{D}{M} \quad (A70)$$

Dalla (A70), per integrazione, si ottiene la variazione di velocità impressa dal lanciatore nell'intervallo di tempo $t_F - t_I$ che è pari a:

$$\Delta V = V_F - V_I = I_{sp}g_0 \ln\left(\frac{M_I}{M_F}\right) - \int_{t_I}^{t_F} g dt - \int_{t_I}^{t_F} \frac{D}{M} dt \quad (A71)$$

Se si trascurano il peso e la resistenza aerodinamica si perviene alla famosa equazione di Newton-Tsiolkowsky (intuita da Isaac Newton, ma perfezionata e resa operativa solo da Konstantin Tsiolkowsky) o equazione del razzo che tutti noi conosciamo:

$$\Delta V = I_{sp} \cdot g_0 \cdot \ln\left(\frac{M_I}{M_F}\right) \quad (A72)$$

dove M_I è la massa iniziale ed M_F quella finale del lanciatore.

Nel caso di un vettore monostadio, la massa iniziale M_I è la somma delle masse del propellente $M^{(P)}$, del carico utile o pagante (payload) $M^{(C)}$ e della struttura $M^{(S)}$ per cui si ha che:

$$M_I = M^{(P)} + M^{(C)} + M^{(S)}$$

mentre al termine della combustione, esaurito il propellente, si ha che:

$$M_F = M^{(C)} + M^{(S)}$$

Per cui la (A72) si scrive come:

$$\Delta V = I_{sp} \cdot g_0 \cdot \ln\left(\frac{M^{(P)} + M^{(C)} + M^{(S)}}{M^{(C)} + M^{(S)}}\right) \quad (A73)$$

Supponendo di non trasportare carico pagante (supponendo cioè che $M^{(C)}$ sia nullo) e assumendo che la massa della struttura (attualmente si realizzano lanciatori in cui la $M^{(S)}$, nella quale si intende compreso il peso dei propulsori, rappresenta all'incirca il 10%-20% del peso del lanciatore) rappresenti circa il 10% della massa totale, si ha che:

$$\Delta V = I_{sp} \cdot g_0 \cdot \ln\left(\frac{M^{(P)} + M^{(S)}}{M^{(S)}}\right) = I_{sp} \cdot g_0 \cdot \ln\left(\frac{100}{10}\right) = 2,30 \cdot I_{sp} \cdot g_0 \quad (A74)$$

da cui, utilizzando un buon propellente, con un impulso specifico di 300 secondi si ha quanto segue:

$$\Delta V = V_F - V_I \cong 6,78 \text{ km/s} \quad (A75)$$

Un calcolo più realistico che consideri anche gli ultimi due termini della (A71) porterebbe ad una riduzione di circa il 20% del valore (A75), per cui si avrebbe quanto segue:

$$\Delta V = V_F - V_I \cong 6,78 - 1,36 = 5,42 \text{ Km/s} \quad (\text{A76})$$

Lanciando verso Est in modo da sfruttare la velocità di rotazione terrestre, si avrebbe:

$$V_I = R_T \omega_T = 6.370 \cdot 7,27 \cdot 10^{-5} \cong 0,46 \text{ Km/s}$$

per cui dalla (A76) la velocità finale raggiunta dal monostadio è:

$$V_F = 5,42 + 0,46 = 5,88 \text{ km/s} \quad (\text{A77})$$

Una tale velocità, ottenibile con un lanciatore ad un solo stadio non consente in pratica di effettuare missioni orbitali con partenza dalla superficie terrestre. A mo' di esempio basti ricordare che per realizzare un'orbita circolare alla distanza $z=1.000$ km dalla Terra occorre la velocità definita dalla (A51):

$$V_C \cong 7,35 \text{ km/s} \quad (\text{A78})$$

e velocità ancora più elevate per orbite più vicine alla Terra. Da qui nasce la necessità di razzi a più stadi (anch'essi ideati dal geniale Tsiolkowsky) nei quali il primo stadio porta l'intero veicolo dalla partenza fino alla velocità V_1 ; il primo stadio, esaurito il propellente, viene sganciato ed il vettore si alleggerisce del relativo peso. La velocità raggiunta V_1 diventa la velocità iniziale del veicolo al momento dell'accensione del secondo stadio, che fornisce un ulteriore incremento di velocità fino ad arrivare a V_2 e via di seguito. Come esempio consideriamo il vettore Scout a quattro stadi le cui caratteristiche di massima sono riportate nella Tabella A1, con la massa strutturale valutata come il 10% della massa totale.

Stadio	Impulso Totale (N·s)	Tempo combust. (sec.)	Massa totale (kg)	Massa struttura (kg)	Massa propellente (kg)	Impulso specifico (kg)
1)Algol II C	24.232.114	81,29	10.737	1.074	9.663	255,6
2)Castor II	10.304.114	38,08	4.433	443	3.990	263,3
3)Antares II	3.218.217	36,69	1.272	127	1.145	286,6
4)Altair III	762.972	35,00	301	30	271	287,1
Payload			100			
TOTALE			16.843			

Tabella A1 Caratteristiche del vettore Scout a quattro stadi

Basandoci sulla formula approssimata (A72) nella tabella (A2) viene valutato l'incremento di velocità teorica data dai singoli stadi.

Stadio	M_I (kg)	M_F (kg)	M_I/M_F	ΔV (km/s)	V_F (km/s)
1)Algol II C	16.843	7.180	2,35	2,14	2,14
2)Castor II	6.106	2.116	2,89	2,74	4,87
3)Antares II	1.673	528	3,17	3,24	8,12
4)Altar III	401	130	3,08	3,17	11,29

Tabella A2 Incremento di velocità teorica dei singoli stadi

Un'analisi più precisa che tenga anche conto delle perdite per gravità, per resistenza aerodinamica, ecc. porterebbe ad una velocità finale di circa $V_F = 9,75$ km/s in luogo della $V_F = 11,29$ km/sec poc'anzi calcolata.

A12. Il trasferimento orbitale

Spesso si pone la necessità di spostarsi da una data orbita ad un'altra e questa "traslazione" o più propriamente questo "trasferimento" può essere effettuato con diverse tecniche. In questa sede prendiamo in considerazione il trasferimento alla Hohmann che permette ad una sonda spaziale di passare da un'orbita circolare di raggio R_1 ad un'altra complanare circolare di raggio $R_2 > R_1$. Una simile operazione viene realizzata in due tempi (si veda la fig.A29):

- 1) Si trasforma l'orbita circolare (fig.A29a), di raggio R_1 lungo la quale il veicolo si muove con velocità U_1 in una ellittica, (fig.A29b) con $r_p=R_1$ e $r_a=R_2$;
- 2) Si trasforma l'orbita ellittica, di asse maggiore $2a=R_1+R_2$ lungo la quale il veicolo (nella fattispecie la sonda) si muove con velocità V , in un'orbita circolare di raggio R_2 (fig.A29c).

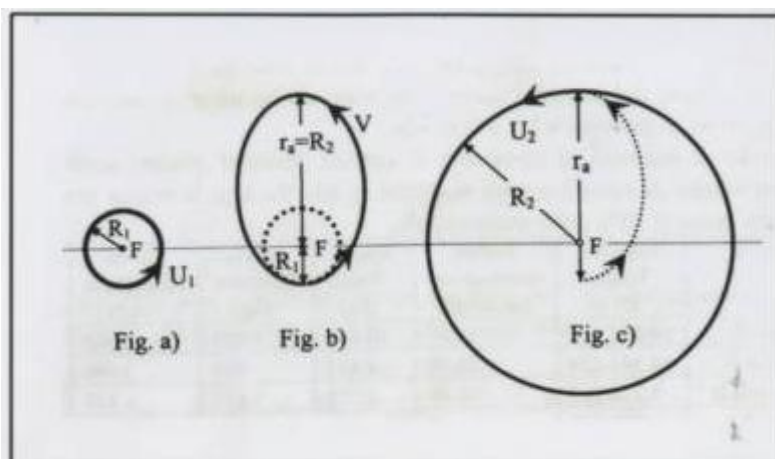


Fig.A29 (a, b e c) Orbite di Hohmann

Ad ogni orbita è associata una certa energia totale E , di valore costante espressa dalla seguente relazione:

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} \quad (\text{A79})$$

- Per orbita circolare, con $a=r=R_1$ a velocità U_1 , la (A79) si scrive come segue:

$$E^{(C)} = \frac{U_1^2}{2} - \frac{\mu}{R_1} = -\frac{\mu}{2R_1} \quad (\text{A80})$$

- Nel caso di orbita ellittica, la (A79) al perigeo $r=r_p=R_1$ si scrive:

$$E^{(E)} = \frac{V_p^2}{2} - \frac{\mu}{R_1} = -\frac{\mu}{R_1+R_2} \quad (\text{A81})$$

Per passare dall'orbita circolare (A80) a quella ellittica (A81) occorre fornire la seguente variazione di energia:

$$E^{(E)} - E^{(C)} = \left(\frac{V_p^2}{2} - \frac{\mu}{R_1} \right) - \left(\frac{U_1^2}{2} - \frac{\mu}{R_1} \right) = -\frac{\mu}{R_1+R_2} + \frac{\mu}{2R_1} \quad (\text{A82})$$

dalla quale si ha che:

$$V_p^2 - U_1^2 = \frac{\mu}{R_1} - \frac{2\mu}{R_1+R_2} \quad (\text{A83})$$

Ricordando che per l'orbita circolare iniziale $U_1^2 = \mu/R_1$ si ha quanto segue:

$$V_p^2 = \frac{2\mu}{R_1} - \frac{2\mu}{R_1+R_2} = \frac{\mu}{R_1} \left[\frac{2R_2}{R_1+R_2} \right] \Rightarrow V_p = \sqrt{\frac{\mu}{R_1} \left[\frac{2R_2}{R_1+R_2} \right]} \quad (\text{A84})$$

Pertanto, in un punto qualsiasi dell'iniziale orbita circolare che diventa il perigeo della nuova orbita ellittica, dando un incremento di velocità pari a :

$$V_p - U_1 = \sqrt{\frac{\mu}{R_1} \left[\frac{2R_2}{R_1+R_2} \right]} - \sqrt{\frac{\mu}{R_1}} = \sqrt{\frac{\mu}{R_1} \left[\frac{2R_2}{R_1+R_2} - 1 \right]} \quad (\text{A85})$$

l'orbita da circolare di raggio R_1 diviene ellittica con $2a=R_1+R_2$.

Infine per passare dall'orbita di trasferimento ellittica a quella finale circolare, di raggio R_2 , è sufficiente dare all'apogeo dell'orbita ellittica un secondo incremento di velocità che, con analoga procedura prima seguita, risulta:

$$U_2 - V_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_2} \left[1 - \frac{2R_1}{R_1+R_2} \right]} \quad (\text{A86})$$

Quando poi, il viaggio interplanetario supera i due pianeti immediatamente a noi vicini, allora si ricorre alle missioni del tipo detto “gravity-assist”, ossia aiutate dalla gravità dei pianeti. Di questo tipo di missioni si parlerà nel successivo paragrafo.

A13. L'effetto fionda gravitazionale

L'effetto fionda gravitazionale (flyby gravity assist) è un particolare tipo di propulsione che sfrutta l'“aiuto” gravitazionale offerto dai corpi celesti del Sistema Solare. Detti corpi possono accelerare, rallentare o far cambiare direzione alle sonde spaziali e ai veicoli in genere. Trattasi di un sistema propulsivo applicato in tutte o quasi le sonde lanciate negli ultimi decenni per cui sarebbe bene soffermarsi un poco su questo straordinario sistema di locomozione spaziale.

Questa tecnica, nota con il nome di “gravity assist” (cioè “aiuto gravitazionale”) o più comunemente con quello di “effetto fionda”, sfrutta l'incontro ravvicinato (“flyby”, in inglese) di una sonda con un pianeta per modificare la velocità e la traiettoria della navicella. Ma si noti che, mentre per un gravity assist è necessario un flyby, ci può essere un flyby senza gravity assist: in tal caso si tratta semplicemente di un sorvolo magari compiuto per effettuare un'osservazione planetaria, il quale non comporta la sia pure temporanea entrata in orbita della sonda intorno al corpo che si vuole esplorare. D'ora in avanti, comunque, come viene spesso fatto dai media, useremo la parola flyby non più nel suo significato letterale ma quale comoda abbreviazione di “gravity assist flyby” cioè “flyby con aiuto gravitazionale”.

In questa appendice non verrà fatta una trattazione matematica molto rigorosa dell'effetto fionda, che sarebbe troppo pesante per la maggior parte dei lettori, ma si cercherà di spiegare questo effetto in modo intuitivo, facendo numerosi esempi pratici. Il prof. Umberto De Angelis nel suo libro “A due passi da noi”, edito da Bibliopolis, ci fornisce una spiegazione molto chiara di questo effetto. Egli, a proposito della sonda Ulisse ha scritto quanto segue:

“Un esempio può aiutarci a comprendere questa manovra: immaginate di correre lungo un corridoio che presenta alla fine una brusca svolta ad angolo retto; riuscirete a cambiare direzione senza rallentare (anzi accelerando) se una persona, ferma all'angolo del corridoio, vi tende la mano, afferra la vostra e vi tira nella nuova direzione. Anche un palo piantato all'angolo del corridoio può servire allo scopo: con una mano vi attaccate al palo (che rappresenta l'attrazione di Giove) e, sempre di corsa cambiate direzione.

La differenza tra i due casi è che il palo vi aiuta solo a cambiare direzione, mentre la mano tesa che vi tira, non solo vi aiuta a cambiare direzione, ma può anche fornirvi un'ulteriore accelerazione.

Giove ha agito per Ulisse come una mano tesa, afferrandolo ed immettendolo sulla nuova orbita con una nuova velocità”.

Per dirla in breve la tecnica dell'effetto fionda ricorda per certi versi una specialità del pattinaggio a rotelle: il roller-derby. In questo sport una pattinatrice più robusta afferra da dietro una compagna più esile e la catapulta in avanti accelerandola e proiettandola in una determinata direzione. Tra le sonde spaziali ed i pianeti che esse sorvolano avviene più o meno la stessa cosa. La sonda spaziale New Horizons diretta verso Plutone ha accorciato di tre anni la durata del suo tragitto grazie all'accelerazione impressa dal pianeta Giove. Ma vediamo più dettagliatamente come funziona questa straordinaria tecnica propulsiva.

Supponiamo di avere una pallina da ping-pong che urti ortogonalmente con velocità v' contro un muro e rimbalzi indietro con velocità uguale e contraria. È facile capire che se la stessa pallina urta invece contro una palla da basket che si sta muovendo verso di lei con velocità V' rimbalzerà con una velocità superiore a v' . Le velocità v e V della pallina e della

palla da basket dopo l'urto possono essere calcolate nel modo seguente. Assumiamo che le due palle si scontrino frontalmente in maniera completamente elastica; questo significa che non solo la quantità di moto, ma anche l'energia cinetica del sistema viene conservata. Dunque la somma delle quantità di moto delle due palle deve rimanere la stessa prima e dopo l'urto e lo stesso vale per la somma delle energie cinetiche. Possiamo dunque scrivere:

$$MV' - mv' = MV + mv \quad (\text{A87})$$

$$\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MV'^2 + \frac{1}{2}mv'^2 \quad (\text{A88})$$

La massa della pallina e quella della palla da basket sono indicate rispettivamente da m ed M . Conveniamo di prendere positive le velocità nella direzione del moto della palla da basket: questo spiega il segno meno presente nell'equazione (A87). Assumiamo per il momento che prima dell'urto il pallone e la pallina abbiano lo stesso valore (a parte il segno meno) e sia dunque $V' = -v' = v_0$. Questa ipotesi serve solo per semplificare i calcoli e verrà abbandonata tra breve. Risolvendo il sistema di equazioni (A87) e (A88) si ottiene:

$$V = \frac{1 - 3x}{x + 1} v_0 \quad (\text{A89})$$

$$v = \frac{3 - x}{x + 1} v_0 \quad (\text{A90})$$

dove $x = m/M$ rappresenta il rapporto tra la massa della pallina e quella della palla da basket. Dal momento che quest'ultima è molto più pesante, x è molto più piccolo e può essere trascurato nelle equazioni (A89) e (A90). In definitiva otteniamo $V \approx v_0$ e $v \approx 3v_0$.

Dunque la palla da basket non si accorge quasi dell'urto e continua a muoversi sostanzialmente con la stessa velocità. Al contrario la pallina triplica la propria velocità e la sua energia cinetica diventa nove volte maggiore. Da dove viene questa energia? Naturalmente è fornita dalla palla da basket nonostante essa mantenga essenzialmente la velocità iniziale. In effetti dall'equazione (A89) si vede che l'energia ceduta dalla palla da basket rappresenta solo una percentuale di $8x$ della propria energia iniziale (davvero molto piccola) ma ben l'800% dell'energia iniziale della pallina.

Possiamo ora generalizzare il risultato precedente abbandonando l'ipotesi che le due palle abbiano inizialmente la stessa velocità (a parte il segno). Il ragionamento è alquanto semplice e vale nel caso in cui x sia molto piccolo e, dunque, la palla da basket si muova sempre con la stessa velocità: $V = V'$.

Poniamoci nel sistema di riferimento della palla da basket (immaginiamo di "sederci" su di essa); in questo riferimento quest'ultima è ovviamente ferma, e "vede" la pallina da ping-pong avvicinarsi con velocità $V' + v'$ prima dell'urto e allontanarsi con la stessa velocità (ma col segno opposto) successivamente. Torniamo ora nel riferimento iniziale in cui la palla da basket si muove con velocità V' ; dopo l'urto vedremo muoversi la pallina ad una velocità $v = 2V' + v'$, dal momento che la velocità relativa $v - V$ tra i due oggetti deve continuare ad essere $V' + v'$ (come abbiamo dedotto ponendoci nel sistema di riferimento precedente). È facile

verificare che, nel caso in cui inizialmente le due palle abbiano la stessa velocità, dopo l'urto la pallina triplica la propria velocità: esattamente il risultato ottenuto in precedenza.

Possiamo ora applicare questi ragionamenti ad un caso di interesse astronomico. Consideriamo dapprima l'eventualità molto particolare di una sonda lanciata dalla Terra verso un pianeta su un'orbita tale per cui essa si avvicina frontalmente a velocità v , mentre il pianeta stesso le va incontro a velocità V . La sonda effettuerà un'inversione ad "U" come illustrato in fig.A30.

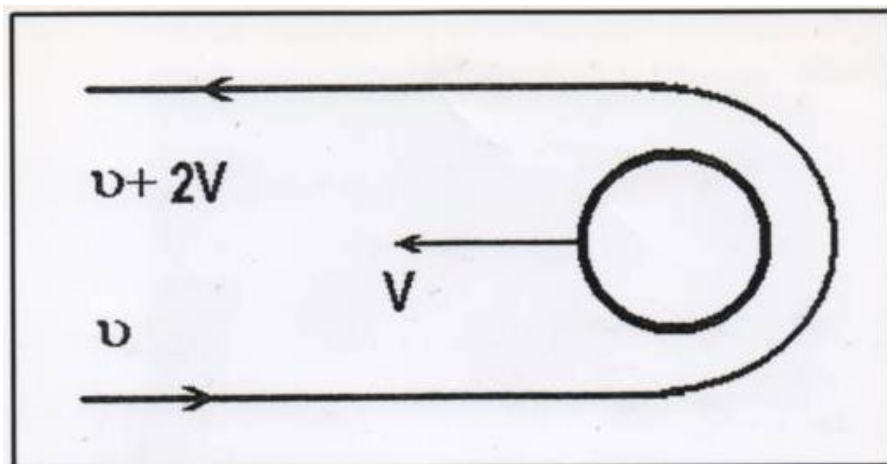


Fig.A30 Inversione ad "U" della sonda

Si tratta di un caso simile a quello della pallina da ping-pong che rimbalza contro una palla da basket anche se in questo caso il "rimbalzo" non è dovuto a cause meccaniche, ma alla gravità del pianeta; anche in questo caso tuttavia valgono sia la conservazione della quantità di moto che dell'energia e valgono quindi, le considerazioni fatte in precedenza. Ne consegue che la sonda dopo aver interagito con il pianeta si allontanerà da esso con una velocità $v = v' + 2V$, ben più alta di quella iniziale.

La fig.A31 illustra il caso più realistico, di una sonda la cui orbita viene deflessa dall'incontro con un pianeta.

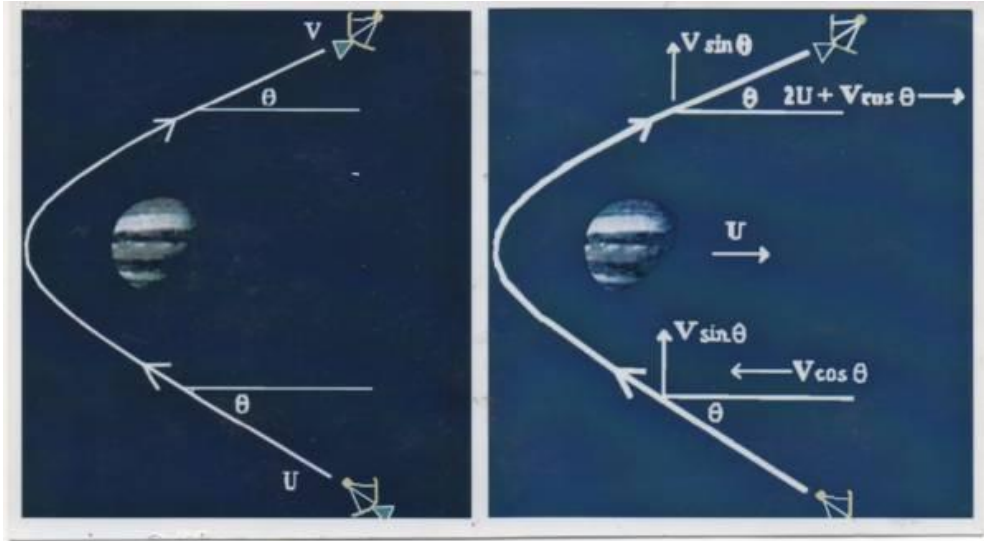


Fig.A31 Moto della sonda e del pianeta

Naturalmente, i ragionamenti precedenti sono validi anche in questo caso, ma bisogna far attenzione a non considerare tutta la velocità della sonda, ma solo la componente parallela alla velocità del pianeta. La fig.A31a illustra la situazione nel sistema di riferimento del pianeta in cui quest'ultimo è fermo e la sonda alla fine si allontana con la stessa velocità con cui si è avvicinata. La fig.A31b mostra il fenomeno nel sistema di riferimento del Sole in cui la sonda si allontana con una velocità maggiorata di una quantità che dipende dalla velocità del pianeta e dall'angolo formato da quest'ultima con la velocità di avvicinamento della sonda.

Se i pianeti fossero puntiformi, la sonda potrebbe guadagnare molta energia ad ogni incontro, passando vicinissima ad essi, e potrebbe raggiungere una velocità infinita dopo un numero di incontri finito. In realtà ciò non è possibile perché i pianeti sono oggetti estesi e perché in un passaggio troppo ravvicinato la sonda attraverserebbe la loro atmosfera e rallenterebbe per attrito.

A14. Un diagramma vettoriale per l'effetto fionda

Il funzionamento che sta alla base dell'effetto fionda può essere spiegato, come vedremo in questo paragrafo utilizzando un apposito "diagramma vettoriale". Prima di dire con esattezza cosa sia e a cosa serva facciamo un piccolo passo indietro eseguendo alcune considerazioni preliminari. Finora abbiamo visto che sia che debbano stazionare in un'orbita terrestre sia che abbiano il compito di esplorare il resto del Sistema Solare o andare oltre, le sonde vengono attualmente portate al di fuori dell'atmosfera terrestre con veicoli di lancio a propellente chimico che forniscono loro la maggior parte della velocità necessaria per gli scopi delle varie missioni. Per lanciare un veicolo o un qualsiasi altro corpo nello spazio interplanetario occorre, come abbiamo visto, in particolare, vincere l'attrazione terrestre ovvero superare la cosiddetta velocità di fuga dalla Terra. Una volta liberatasi dall'attrazione gravitazionale del nostro pianeta la navicella viaggia su un'orbita eliocentrica le cui caratteristiche dipendono dalla direzione e dalla velocità con cui è stata espulsa nello spazio. In ogni caso l'assenza di agenti frenanti nello spazio extra-atmosferico consente al veicolo di non dissipare l'energia meccanica accumulata al termine della fase di lancio. Nel 1925 (come ormai tutti i lettori sanno) Hohmann mostrò che era possibile raggiungere il pianeta prescelto percorrendo un arco

di ellisse con il perielio e l'afelio (cioè i punti dell'ellisse rispettivamente più vicino e più lontano dal Sole) che siano punti di tangenza alle orbite del pianeta di partenza e di quello di arrivo, come mostrato in fig.A32.

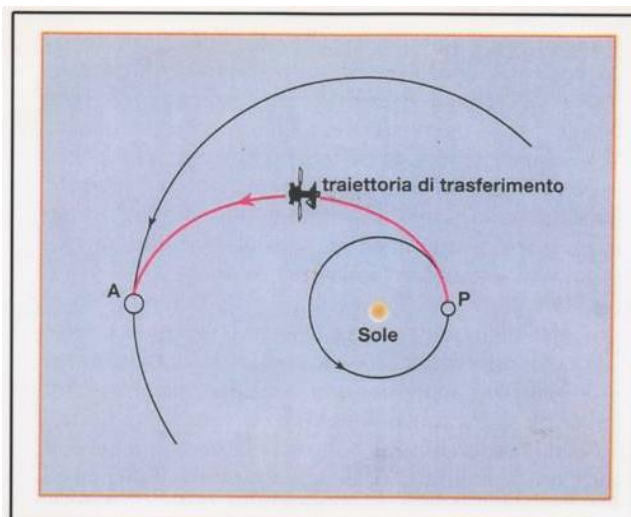


Fig.A32 Traiettorie di trasferimento di Hohmann

Tuttavia a causa del troppo tempo necessario a raggiungere la maggior parte dei pianeti e della elevata velocità di lancio richiesta, risultò ben presto chiaro che i soli obiettivi plausibilmente raggiungibili con queste orbite “di trasferimento” si riducevano a Venere, Marte e Giove.

Con l'introduzione negli anni Settanta dell'aiuto gravitazionale la situazione mutò radicalmente: non era più necessario raggiungere direttamente il pianeta prescelto ma sarebbe stato sufficiente dirigersi verso il pianeta più vicino su una traiettoria di trasferimento di Hohmann. A quel punto si poteva sfruttare l'effetto fionda prodotto dal pianeta per modificare la velocità del veicolo e per indirizzarlo (direttamente oppure con l'ausilio di ulteriori flyby) verso il suo obiettivo finale. La spiegazione consueta dell'effetto fionda che viene qui adottata è di tipo intuitivo-grafico, poiché la teoria analitica completa che descrive il fenomeno in maniera generale e quantitativa richiede un formalismo piuttosto pesante che esula dagli scopi di questo libro. Si ragiona nel modo che segue.

Una sonda in transito, a motori spenti, nei pressi di un pianeta descrive, in un sistema di riferimento inerziale centrato sul pianeta, una traiettoria che è un arco di iperbole (si veda la fig.A33).

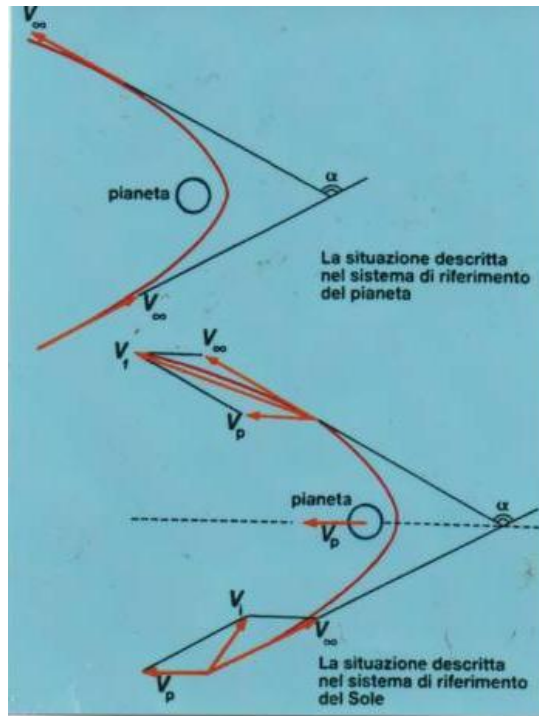


Fig.A33 Il classico diagramma vettoriale

A grande distanza dal pianeta il veicolo spaziale si muove a velocità praticamente costante e questa velocità (indicata in figura con V_∞) è la stessa in modulo sia prima che dopo il flyby, sebbene vari nel corso dell'incontro raggiungendo un massimo al periastro, punto di massimo avvicinamento tra il pianeta e la sonda. Quindi è del tutto corretto affermare che, rispetto al pianeta, la sonda non guadagna né perde velocità (o energia) in seguito al flyby.

Tuttavia il pianeta oggetto dell'incontro ravvicinato provoca un cambiamento (indicato in fig.A33 dall'angolo α) nell'orientazione della velocità della sonda, ed è proprio questo fatto che dà in qualche modo luogo al noto effetto fionda. Per vedere come vanno le cose occorre però tenere conto non tanto della velocità della sonda rispetto al pianeta, ma anche della velocità del pianeta rispetto al Sole (che si può assumere costante durante il flyby).

Poniamoci quindi in un sistema di riferimento inerziale centrato sul Sole. In tale sistema la velocità della sonda prima dell'incontro (V_i) si ottiene sommando settorialmente la V_∞ con la velocità del pianeta rispetto al Sole (V_p). Analogamente, dopo l'incontro la velocità della sonda rispetto al Sole (V_f) è data dalla somma vettoriale della velocità della sonda rispetto al pianeta (sempre V_∞ in modulo, ma ora diversa in direzione) con la velocità di quest'ultimo rispetto al Sole. Dunque per un osservatore posto nel sistema di riferimento del Sole, le velocità della sonda prima e dopo l'incontro sono ben diverse (come illustrato nella figura) non solo in direzione ma anche in modulo.

Si può dimostrare che la variazione nella velocità della sonda prodotta da un flyby dipende da alcuni fattori ben precisi: la geometria dell'incontro (che nel nostro esempio bidimensionale è espressa dal solo angolo α), la velocità iniziale della sonda (ovvero un asintoto dell'iperbole della traiettoria) ed, infine, la massa e la velocità orbitale del pianeta. Se inoltre, fissata la velocità di avvicinamento del veicolo, si varia la distanza della retta su cui

giace la velocità iniziale della sonda (ovvero un asintoto dell'iperbole della traiettoria) e il pianeta, si può facilmente dimostrare che, come ragionevolmente ci si aspetta, l'effetto fionda è tanto più grande quanto più la sonda passa vicino al pianeta. È possibile definire per via matematica attorno a ciascuno degli otto pianeti del Sistema Solare, i limiti di quella zona in cui la forza di attrazione gravitazionale del pianeta diventa preminente rispetto al Sole, e che usualmente è chiamata "sfera di influenza" del corpo in questione. Conoscere la dimensione della sfera di influenza si rivela spesso molto utile, perché è solo quando la sonda passa all'interno di questa sfera che il suo moto viene influenzato in maniera significativa dal pianeta.

La precisione con cui è possibile in pratica calcolare l'effetto fionda è straordinaria, risultando limitata più dai sistemi di misura (ma oggi le incertezze sull'orbita e la massa di un pianeta sono trascurabilissime) che non dalla teoria o dai metodi di calcolo. Tuttavia, nella descrizione analitica del flyby si fa spesso ricorso ad opportune semplificazioni che introducono nei calcoli margini di errore non trascurabili. La procedura illustrata, per esempio descrive in modo piuttosto accurato solo i flyby in cui il piano della traiettoria della sonda coincide approssimativamente con quello dell'eclittica, cioè il piano individuato dall'orbita dei pianeti intorno al Sole. I flyby che non soddisfano la precedente condizione di complanarità debbono essere studiati con un'analisi vettoriale in tre dimensioni, che tuttavia va oltre il livello di questo libro.

Questi aiuti gravitazionali "tridimensionali" possono cambiare o meno la velocità della sonda, ma sicuramente tendono a modificare l'inclinazione o l'orientazione della sua orbita. L'incontro della Voyager 1 con Saturno e quello della Voyager 2 con Nettuno e, soprattutto, quello della sonda Ulysses con Giove (utilizzato per far ruotare l'orbita della navicella di circa 90° rispetto al piano dell'eclittica e permetterle così di osservare le regioni polari del Sole) rientrano in questa categoria più complessa di flyby e pertanto non verranno approfonditi in questa sede.

Si noti infine che i flyby possono essere sfruttati, oltre che per accelerare una sonda o portarla al di fuori del piano dell'eclittica, anche per rallentare il suo moto: basta che la navicella si avvicini al pianeta oggetto del sorvolo in modo da incontrarlo nella parte avanzante della sua orbita intorno al Sole, anziché nella parte posteriore. La Galileo, per esempio, per entrare in orbita intorno a Giove, nel 1995 ha sfruttato un incontro di questo tipo con il satellite Io. Molti anni prima un'altra sonda interplanetaria, la Mariner 10, aveva invece sfruttato la brusca "frenata" gravitazionale ottenuta con un flyby con Venere per dirigersi verso Mercurio che, come tutti sanno è il pianeta più interno del Sistema Solare. Pertanto, anche se ciò viene fatto di rado, non è impossibile sfruttare un flyby per avere un effetto di rallentamento.

Naturalmente quanto detto sui viaggi assistiti dalla gravità è ora valido e lo rimarrà fino a quando l'uomo non disporrà di propulsori adeguati da installare sulle sonde interplanetarie. A quel punto con il loro intervento durante un viaggio sarà possibile uscire dalle orbite inerziali o gravity-assist raggiungendo più velocemente e con percorsi più diretti i pianeti.

La terza velocità cosmica è quella velocità che permette ad un veicolo spaziale di sfuggire anche all'attrazione del Sole e quindi di uscire dal Sistema Solare.

Una sonda viaggia alla terza velocità cosmica quando raggiunge i 44,680 km/s. Questo vale per la distanza alla quale si trova la Terra. Se la partenza avvenisse dallo spazio sarebbe sufficiente imprimere una velocità di 12 km/s considerando che altri 32 sono già una dotazione gratuita fornita dal movimento orbitale di rivoluzione del pianeta.

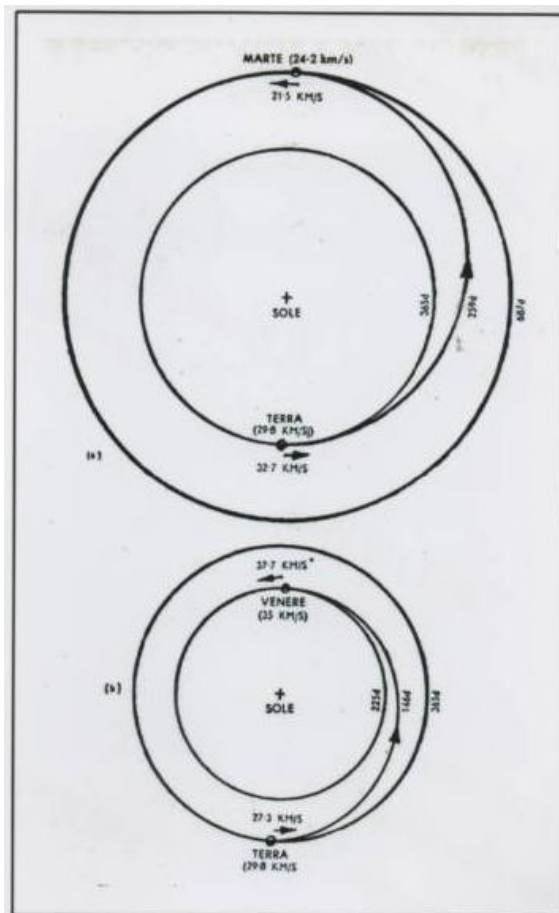
Gli esperti di traiettorie spaziali conoscono bene questa caratteristica che, se ignorata, può far fallire qualsiasi lancio cosmico anche se i calcoli sono teoricamente esatti. Si tratta della

velocità complessiva di cui dotare i vettori spaziali quando decollano dalla Terra e comprensiva di un'aggiunta di velocità che viene consumata per vincere la resistenza dell'aria e portare la navicella alla giusta altitudine.

A15. Analisi di una missione verso Marte, Venere, ecc.

Ora esaminiamo le velocità occorrenti per compiere un viaggio interplanetario dalla Terra a Marte. Nel caso in esame si fa il massimo uso delle velocità dei pianeti. Chiaramente, come già accennato, se fossero disponibili quantità illimitate di energia, si potrebbe andare da un pianeta all'altro seguendo una traiettoria qualsiasi a piacere; ma ancora, per molto tempo a venire praticamente interesseranno solo le orbite munite di minima energia, che corrispondono alle vie circolari della navigazione terrestre.

La fig.A34a indica in scala le orbite dei due pianeti; poiché l'orbita di Marte è di fatto molto eccentrica ($e=0,093$), i valori medi del suo raggio e della velocità orbitale sono stati adottati al fine di semplificare il discorso.



Figg. A34a (in alto) e A34b (in basso)

L'itinerario di un'astronave nella sfera di attrazione deve seguire una curva che è necessariamente una sezione conica: ellisse, parabola o iperbole. Ciascuna di esse può in linea

di principio essere seguita nei viaggi interplanetari. Tuttavia come già sottolineato, l'itinerario che appare più facile da seguire, è quello dell'ellisse di Hohmann, tangente alle due orbite planetarie ed avente per uno dei suoi centri il Sole.

Da semplici calcoli è facile dedurre la velocità che occorre ad un corpo per viaggiare lungo tale itinerario. Quando esso è più vicino al Sole, cioè nelle vicinanze della Terra, la sua velocità è di 32,7 km/s. Sfiando l'orbita di Marte la sua velocità precipita a 21,5 km/s.

Queste velocità non differiscono di molto da quelle dei pianeti stessi che sono rispettivamente di 28,9 e 24,2 km/s. Per lanciare un corpo che già si muove nell'orbita della Terra verso Marte è sufficiente imprimergli una velocità supplementare di $32,7 - 29,8 = 2,90$, cioè meno di 3 km/s in direzione del movimento della Terra.

Il corpo (nella fattispecie la sonda) si allontanerebbe dal Sole seguendo l'ellisse della fig.A34 (a) fino al raggiungimento dell'orbita di Marte. La sua velocità diverrebbe allora di $24,2 - 21,5 = 2,7$ km/s velocità troppo bassa per potervi rimanere per cui comincerebbe a ricadere verso l'orbita della Terra. Tuttavia se al corpo venisse impressa questa "velocità di trasferimento" di 2,7 km/s, esso rimarrebbe nell'orbita di Marte, cosa che è avvenuta per tutte le sonde che fino ad oggi hanno raggiunto con successo il "pianeta rosso". La sonda potrebbe allora scendere sul pianeta come è recentemente avvenuto per Curiosity o potrebbe diventare un terzo satellite del piccolo mondo come è avvenuto per l'orbiter MRO qualche anno fa, oppure ancora fare osservazioni e poi intraprendere il viaggio di ritorno (questa terza possibilità non si è mai verificata ma è stata da tempo proposta ed attualmente è oggetto di studio). Il bilancio approssimativo della velocità per il viaggio completo sarebbe:

1.	Fuga dalla Terra	11,2 km/s
2.	Trasferimento all'orbita di viaggio	2,9 km/s
3.	Trasferimento dall'orbita di viaggio all'orbita di Marte	2,7 km/s
4.	Atterraggio (sbarco) su Marte	5,0 km/s

TOTALE		21,8 km/s

Nella pratica questo valore minimo dovrebbe essere elevato ad almeno 24 km/s, tenendo conto delle perdite dovute alla gravità nei decolli e negli sbarchi, nonché alle correzioni di rotta. Questa velocità non è molto superiore ai 16 km/s richiesti per il viaggio Terra-Luna, anche se la distanza è oltre 1.000 volte maggiore.

Il viaggio di ritorno (quando qualche ente spaziale si deciderà a compierlo), a parte la possibilità di impiego dell'atmosfera terrestre in funzione di freno, sarebbe compiuto nello stesso modo e richiederebbe la stessa velocità totale. La velocità caratteristica per il viaggio completo sarebbe perciò di circa 50 km/s, o poco meno di 40 km/s se nel viaggio di ritorno potesse essere sfruttato interamente il freno dell'atmosfera per la discesa sulla Terra (ciò è già avvenuto per esempio per alcune sonde lunari sovietiche e per le missioni Apollo).

Si capisce che tali viaggi debbono essere effettuati allorquando i due pianeti sono nella giusta posizione relativa, in modo tale che la sonda arrivi all'orbita di Marte nel punto occupato dal pianeta.

La durata del viaggio, almeno per i viaggi effettuati fino ad ora è stata sempre calcolata applicando la terza legge di Keplero sul moto dei pianeti, secondo la quale il periodo di un'orbita ellittica è proporzionale alla potenza $3/2$ del suo semiasse maggiore.

Esprimendo a in unità astronomiche, cioè in raggi dell'orbita terrestre, $a^{3/2}$ fornisce il periodo completo di anni e, dividendolo per metà, si ricava la durata del viaggio. Per il caso sopra

menzionato (Marte alla distanza minima) la durata è di circa 259 giorni. Se invece il viaggio fosse compiuto in modo da raggiungere Marte quando esso è più vicino al Sole, la durata sarebbe di 237 giorni; tuttavia le configurazioni planetarie che lo renderebbero possibile sono piuttosto rare.

Il viaggio “cotangenziale” a Venere è del tutto simile, con la sola differenza che in questo caso la sonda appena “fuggita” dalla Terra dovrebbe ridurre anziché aumentare la propria velocità orbitale in modo da “cadere” all’interno del Sistema verso il Sole. Se il sincronismo di immissione fosse perfetto, il veicolo sorpasserebbe Venere nella sua orbita ad una velocità alquanto superiore e dovrebbe essere frenato per uguagliare la velocità del pianeta. I valori per il viaggio completo sono i seguenti:

1.	Fuga dalla Terra	11,2 km/s
2.	Trasferimento all’orbita del viaggio	2,5 km/s
3.	Dall’orbita del viaggio all’orbita di Venere	2,7 km/s
4.	Atterraggio (sbarco) su Venere	10,4 km/s
TOTALE		26,8 km/s

Il totale, come si può ben vedere è superiore a quello per il viaggio verso Marte anche se la durata, essendo di 146 giorni è molto minore.

Le velocità caratteristiche per il raggiungimento di un qualsiasi pianeta del Sistema Solare si ottengono sommando le singole velocità occorrenti nei trasferimenti da un’orbita all’altra. Per esempio per un viaggio attorno a Venere partendo da una stazione spaziale si avrebbero i seguenti valori:

1.	Trasferimento dall’orbita terrestre a quella di viaggio	2,5 km/s
2.	Dall’orbita di viaggio all’orbita di Venere	2,7 km/s
3.	Trasferimento dall’orbita di Venere a quella del viaggio di ritorno	2,7 km/s
4.	Dall’orbita di viaggio all’orbita della Terra	2,5 km/s
TOTALE		10,4 km/s

Allo stesso modo è possibile calcolare la “velocità caratteristica” necessaria per qualsiasi viaggio interplanetario. La tabella seguente tabella fornisce i valori per i casi più importanti:

Viaggio	Velocità teorica in km/s	Velocità appross. effettiva in km/s
Viaggio di andata:		
Orbita attorno alla Terra	8	10
Fuga dalla Terra	11,2	13
Dalla Terra alla Luna	13,5	16

Dalla Terra a Marte	22	25
Dalla Terra a Venere	27	31
Viaggio di andata e ritorno:		
Terra-Luna-Terra senza sbarco	22,4	25
Terra-Luna con sbarco e ritorno	27	32
Terra-Marte-Terra senza sbarco	28	32
Terra-Marte con sbarco e ritorno	44	50
Terra-Venere-Terra senza sbarco	28	32
Terra-Venere con sbarco e ritorno	54	62

Tabella A3 Velocità caratteristiche

I dati riportati su questa tabella sono approssimativi e basati su concetti assai antiquati; i valori effettivi sarebbero certamente minori. Non è stato tenuto conto del fatto, per esempio, che una sonda che decollasse dall'equatore avrebbe una velocità addizionale di mezzo chilometro al secondo, dovuta alla rotazione terrestre.

I dati per il lungo viaggio interplanetario per giungere in prossimità di Giove (viaggio compiuto per la prima volta dalle sonde gemelle Pioneer) vengono riportati qui di seguito:

- | | | |
|----|--------------------------------------|-----------|
| 1. | Fuga dalla Terra | 11,2 km/s |
| 2. | Trasferimento all'orbita del viaggio | 8,8 km/s |
| 3. | Trasferimento all'orbita di Giove | 5,7 km/s |

TOTALE 25,7 km/s

Come il lettore sicuramente si è accorto, in quest'ultimo specchietto manca la voce "sbarco" su Giove, perché su Giove non si può sbarcare essendo questo pianeta allo stato gassoso e privo quindi di una superficie solida. Si può (come effettivamente si è fatto) accorciare sensibilmente il viaggio verso i pianeti più esterni sfruttando l'effetto fionda gravitazionale, ma per ora nulla più.

In fig.A35 sono disegnate alcune tipiche orbite denominate "orbite di (o ad) alta velocità".

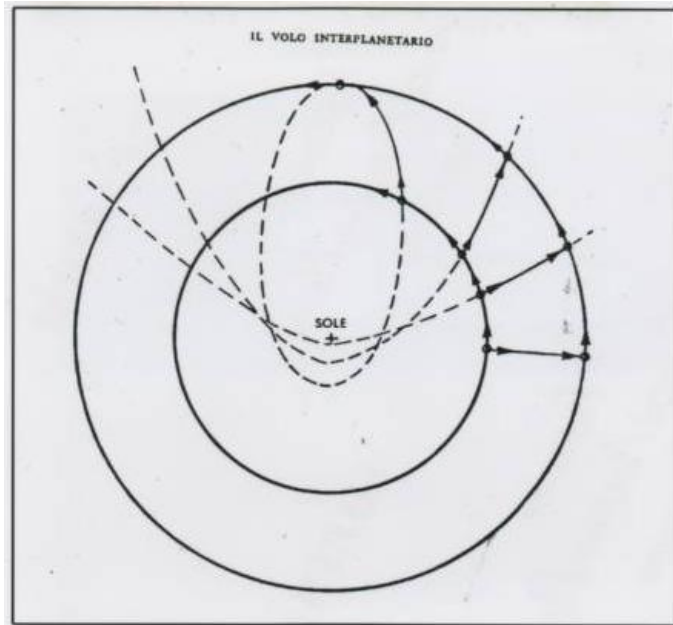


Fig.A35 Possibili orbite ad alta velocità

Poiché queste orbite richiedono maggiori velocità e sono molto più brevi delle orbite cotangenziali, le durate dei viaggi verrebbero ridotte a piccole frazioni di quelle sopra indicate.

Sfortunatamente, le energie necessarie per tali orbite sarebbero enormi non utilizzando le velocità di rivoluzione dei pianeti e occorrerebbero enormi velocità di lancio per inviare una sonda in una di esse. Alcune orbite, per esempio, tagliano quella della Terra quasi ad angolo retto per cui dovrebbe essere neutralizzata interamente la velocità della Terra (30 km/s) prima che un veicolo spaziale possa seguirne una. Tali traiettorie rimarranno puramente teoriche fino a quando il volo nello spazio non avrà raggiunto un progresso tecnologico maggiore di quello raggiunto oggi.

Se si potesse disporre di sorgenti di energia senza limiti, sarebbe possibile viaggiare pressoché in linea retta da un pianeta all'altro. In tal caso occorrerebbero velocità di un centinaio di chilometri al secondo ed allora la durata di un viaggio verso Marte o verso Venere sarebbe minore di una settimana.

Queste velocità appartengono ad un futuro piuttosto remoto, a meno che i progressi tecnici non si avverino più rapidamente delle previsioni più ottimistiche. E non è detto che ciò non debba succedere.

La navigazione spaziale di tipo inerziale richiede tempi di percorrenza che diventano eccessivamente lunghi anche per un eventuale viaggio con equipaggio umano verso pianeti interni. Sottoponendo però un veicolo cosmico ad un'accelerazione costante, seppure di modesta entità, si potrebbe conseguire un moto accelerato capace di ridurre di centinaia di volte i tempi dei viaggi interplanetari. A tale scopo i futuri propulsori elettronucleari o ad antimateria sembrano i più adatti ad imprimere ai veicoli spaziali le accelerazioni necessarie per sostituire alle orbite di minima energia (dette anche sinergiche o cotangenziali) le traiettorie di minor tempo o brachistocrone. Quest'ultime permetterebbero anche di conseguire altri vantaggi, quali ad esempio la riduzione di peso e di ingombro per le scorte di alimenti e materiali. Per citare alcuni esempi basterà pensare che un viaggio verso Marte con orbita

ellittica cotangenziale di minima energia, richiederebbe per l'andata ed il ritorno 3-4 anni (tanto hanno impiegato le sonde dirette verso Marte); invece con un'accelerazione costante di un g e traiettoria di minor tempo, lo stesso viaggio potrebbe durare 2 o 3 giorni.

A16. Elementi di navigazione interplanetaria

Il perfezionamento nella precisione di navigazione con il concomitante incremento di dati scientifici dimostrato dal successo di missioni recenti su alcuni pianeti è il risultato di notevoli miglioramenti e progressi tecnologici in disparate discipline. Le misurazioni radar hanno migliorato di molto la nostra conoscenza delle distanze e delle orbite degli altri pianeti. Durante gli ultimi anni la stabilità degli orologi campione è aumentata di diversi ordini di grandezza. Nello stesso periodo l'area delle antenne paraboliche con cui viene seguita la rotta dei veicoli spaziali si è accresciuta notevolmente e la sensibilità dei ricevitori radio è aumentata di un fattore 100, mentre antenne separate da una distanza quasi uguale al diametro della Terra, vengono addirittura usate in coppie per affinare la precisione di puntamento. Esistono anche molte tecniche perfezionate per compensare i fattori che influiscono sulla propagazione dei segnali a radiofrequenza attraverso l'atmosfera terrestre e sulle distanze interplanetarie. Infine si sono realizzati continui perfezionamenti nei programmi dei calcolatori che elaborano i dati della rotta e per stabilire le mutevoli e complesse forze agenti sui veicoli durante il viaggio inerziale attraverso lo spazio. Nei paragrafi che seguono i termini "sonda", "astronave" e "nave spaziale" sono da intendersi come sinonimi e verranno usati indifferentemente l'uno dall'altro.

Navigazione significa ancora, come all'epoca dei Fenici la guida di una nave, anche se in questo caso la "nave" è una sonda ed il "mare" lo spazio cosmico. Tale guida richiede una mappa, un piano di viaggio gli strumenti per stabilire periodicamente il punto della nave ed un metodo per scegliere una nuova rotta quando la nave ha deviato da quella prestabilita. La navigazione interplanetaria soddisfa questa descrizione. Perfeziona continuamente la mappa del Sistema Solare, stabilisce un piano di missione, propone opportune traiettorie del veicolo spaziale, ne determina la traiettoria effettiva durante il viaggio e apporta tutte le correzioni necessarie per il raggiungimento della meta finale.

È bene dire subito che per il volo interplanetario la mappa corrisponde ad una descrizione delle posizioni, velocità e movimenti della Terra e degli altri pianeti in funzione del tempo, e inoltre di certe grandezze fisiche come la massa, le forme e le dimensioni dei pianeti. Una descrizione del movimento orbitale dei pianeti del Sistema Solare è chiamata, come già detto all'inizio di questa appendice "effemeride". Fin verso il 1960 la precisione delle effemeridi planetarie era limitata dalle tecniche astronomiche impiegate per stabilire le posizioni dei pianeti (e in alcuni casi degli asteroidi) rispetto alle stelle fisse. Le posizioni orbitali dei pianeti venivano calcolate con queste misure e con la teoria gravitazionale ed erano comunemente espresse in unità astronomiche (UE). Le effemeridi risultanti avevano una precisione di poche centinaia per milione equivalenti per i pianeti interni ad alcune centinaia di chilometri. Fino al 1960 il valore assegnato all'unità astronomica era affetto da un errore di ben 66.000 chilometri cioè di quasi una parte su 2.000. L'unità astronomica è la costante di scala necessaria per convertire le posizioni delle effemeridi in chilometri; così se per il volo di Mariner 2 effettuato nel 1962 verso Venere, il valore non fosse stato corretto, il veicolo spaziale sarebbe stato diretto verso un punto posto sul lato sbagliato del pianeta. L'entità dell'errore venne scoperta nel 1961, quando con lo sviluppo dei grandi radiotelescopi, di trasmettitori ad alta potenza, di ricevitori ultrasensibili e di sofisticate tecniche di rilevazione dei segnali, fu possibile captare gli echi radar riflessi da Venere. L'osservazione radar di base misura la distribuzione bidimensionale della potenza del segnale d'eco rispetto alla frequenza

e al tempo di ritardo. La rotazione del pianeta altera la frequenza del segnale d'eco per l'effetto Doppler e le riflessioni da zone del pianeta, poste a distanze differenti dalla Terra, estendono l'eco nel tempo. Da un'analisi di questa distribuzione delle caratteristiche dell'eco si ottiene la distanza del punto del pianeta più vicino alla Terra (il punto subterrestre).

Negli ultimi decenni i sistemi radar sono stati estremamente perfezionati per cui oggi, in condizioni favorevoli, la misurazione della distanza dei pianeti interni può essere effettuata con un errore di circa 50 metri (o ancora meno). Le osservazioni ottiche non forniscono mezzi diretti per determinare la distanza con una certa precisione. In passato i telescopi sono stati usati per misurare la posizione di un pianeta lungo due assi perpendicolari alla direzione fra la Terra ed il pianeta. Per i pianeti interni le misure di questo tipo hanno un'approssimazione di 500 chilometri. Le effemeridi in passato venivano calcolate in base ad un gran numero di tali misurazioni, effettuate nel corso di vari decenni.

La formidabile precisione con la quale gli echi radar forniscono la distanza può essere ingannevole poiché quando il pianeta ruota, a causa della topografia planetaria, cambia la distanza del punto subterrestre dal centro del pianeta. Queste variazioni influiscono sulle misure di distanza e diviene indispensabile rappresentarle sulla mappa e tenerne conto al fine di utilizzare completamente l'osservazione radar per migliorare le effemeridi. L'effemeride descrive il moto del centro del pianeta, mentre il radar misura la distanza della superficie. Un'equivalente misura di distanza dal centro avrebbe un'approssimazione di circa un chilometro. La misurazione di distanza per alcune combinazioni di spostamento non è eseguibile. Per esempio, uno spostamento uniforme nell'orientazione dell'intero sistema solare rispetto alle stelle fisse, non sarebbe rilevato dalle misure radar. Pertanto le osservazioni radar devono essere integrate con altri tipi di misure che forniscano delle chiare indicazioni sull'orientazione del Sistema Solare.

È importante anche il fatto che i pianeti interni seguono orbite intorno al Sole inclinate da 1,6 a 7 gradi rispetto al piano dell'eclittica (ossia al piano dell'orbita terrestre). Le misure radar sono relativamente insensibili ad uno spostamento del pianeta normale al piano dell'eclittica poiché tale spostamento altera solo di poco le distanze. Tuttavia sulle base di varie migliaia di osservazioni radar dei pianeti interni, la misura della loro posizione rispetto alla Terra è stata migliorata da uno a due chilometri per le componenti situate sul piano dell'eclittica da 10 a 20 chilometri nella direzione perpendicolare al piano dell'eclittica. L'unità astronomica è attualmente di 149.597.871 chilometri con l'approssimazione di circa un chilometro.

A17. Rilevamento dei tempi

Il problema di determinare esattamente l'effemeride di un pianeta è analogo al problema dai primi esploratori nel tentativo di stabilire la posizione di grandi estensioni di suolo sulla superficie terrestre: basta osservare le distorsioni che si riscontrano nelle carte del Nuovo Mondo del XVI secolo. Un attento esame di tali carte rivela due interessanti caratteristiche. Le latitudini attribuite ai luoghi del Nuovo Mondo sono in genere esatte con un'approssimazione inferiore ad un grado, ossia circa 100 chilometri. Viceversa le longitudini sono spesso grossolanamente errate, in alcuni casi persino di 30 gradi. La latitudine, ovvero la distanza dall'equatore è facile da stabilire osservando di notte la posizione del polo celeste cioè il punto del cielo vicino alla Stella Polare (nell'emisfero settentrionale) intorno al quale, per effetto della rotazione della Terra, sembra che ruotino le stelle. L'elevazione del polo celeste sull'orizzonte è equivalente alla latitudine dell'osservatore. Come vedremo tra breve la determinazione della longitudine è più complessa.

In fig.A36 è riportata l'immagine della sfera celeste.

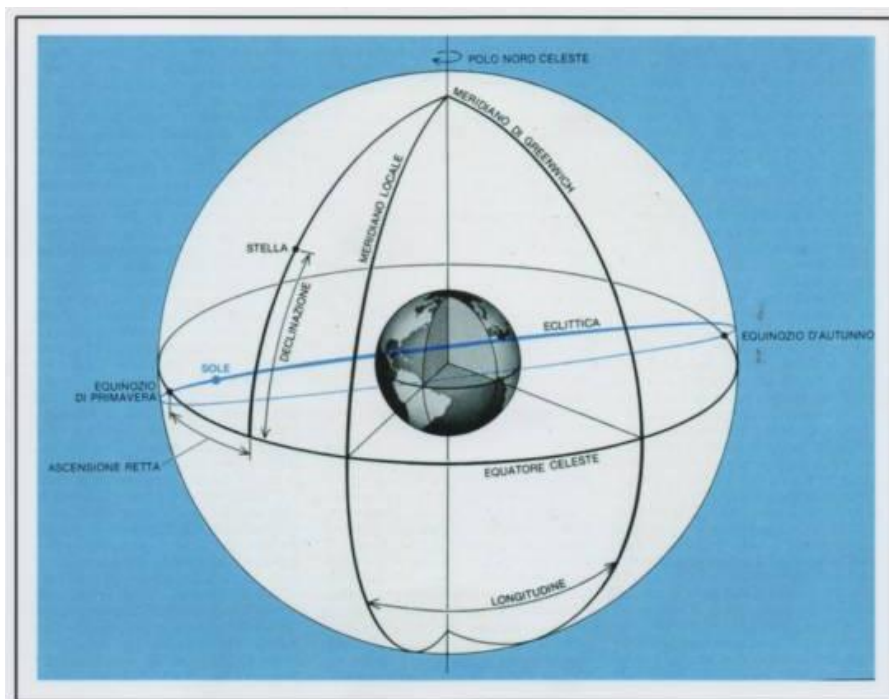


Fig. A36 La sfera celeste

La sfera celeste, base concettuale per descrivere il sistema di coordinate astronomiche, è un involucro di raggio infinito in rotazione verso il ponente sul quale si assume che le stelle siano fisse. L'equatore celeste è la proiezione del piano dell'equatore terrestre. La posizione angolare di una stella è data dalla sua ascensione retta e dalla sua declinazione. L'ascensione retta è analoga alla longitudine, e la declinazione alla latitudine. La sfera celeste ruota intorno al suo polo una volta al giorno e riflette il movimento di rotazione della Terra. L'orientazione della sfera celeste intorno al proprio asse di rotazione è espressa ad ogni istante dal tempo siderale di Greenwich, ossia dall'equivalente dell'ascensione retta delle stelle al momento del passaggio al meridiano di Greenwich.

Per determinare la longitudine si osserva di notte la direzione di una o più stelle e il tempo dell'osservazione. Con questi dati ed un catalogo che fornisca le posizioni stellari è possibile calcolare l'ascensione retta delle stelle al momento del passaggio al meridiano locale. L'osservatore, conoscendo il tempo di Greenwich in quell'istante conosce anche l'ascensione retta delle stelle al meridiano di Greenwich; la differenza fra l'ascensione retta delle stelle ai due meridiani è la longitudine dell'osservatore. Pertanto un elemento critico nella navigazione astronomica è la conoscenza dell'ora di Greenwich essendone lontani. Fino alla metà del XVIII secolo, quando vennero sviluppati i primi cronometri e fu introdotta una tecnica alternativa che usava la posizione della Luna sulla sfera celeste, i marinai non avevano la possibilità di rilevare il tempo con una certa precisione nei viaggi che duravano mesi; da ciò derivano le grandi distorsioni che si trovano nelle carte antiche.

L'esattezza nel rilevamento dei tempi è migliorata di circa dieci ordini di grandezza durante gli ultimi due secoli e più di metà del perfezionamento si è avuta negli ultimi 30 anni. Un buon cronometro del XVIII secolo poteva funzionare per una o due settimane con un errore

inferiore ad un secondo in più o in meno. Nel 1945 gli orologi al quarzo avevano raggiunto una precisione di un secondo in diversi anni. Gli attuali maser a idrogeno hanno una stabilità di due parti su 10^{15} nelle 24 ore. Se l'errore di stabilità di tale maser rimanesse costante sarebbero necessari più di 10 milioni di anni per registrare una differenza di un secondo in più o in meno.

Le orbite planetarie sono state determinate con grande precisione durante gli ultimi decenni misurando il tempo di andata e ritorno dell'eco radar dai pianeti in numerosi punti della loro orbita. La distanza del punto più vicino alla Terra sulla superficie di un pianeta interno è ora misurata con una precisione di 50 metri. In realtà per trovare il valore di ben oltre 100 parametri che descrivono il movimento orbitale e le proprietà fisiche dei pianeti, viene usato il metodo dei minimi quadrati degli errori pesati. Il calcolo conduce al migliore accordo fra le osservazioni previste teoricamente e quelle effettive. Un errore in un dato parametro dà luogo ad un corrispondente errore nella previsione che manifesta un'"impronta" caratteristica durante un certo periodo di tempo. La grandezza dell'impronta ed il suo grado di particolarità confrontate con le impronte di altri parametri determinano la precisione con la quale il parametro può essere stimato dalle osservazioni. Nel caso semplificato riportato in fig.A37 devono essere stabiliti i parametri orbitali ed il raggio di un pianeta interno sullo stesso piano. Se il pianeta e la Terra si trovano in congiunzione (1), un errore lungo la traiettoria del pianeta è perpendicolare alla linea di vista pianeta-Terra e non dà origine ad un errore di distanza.

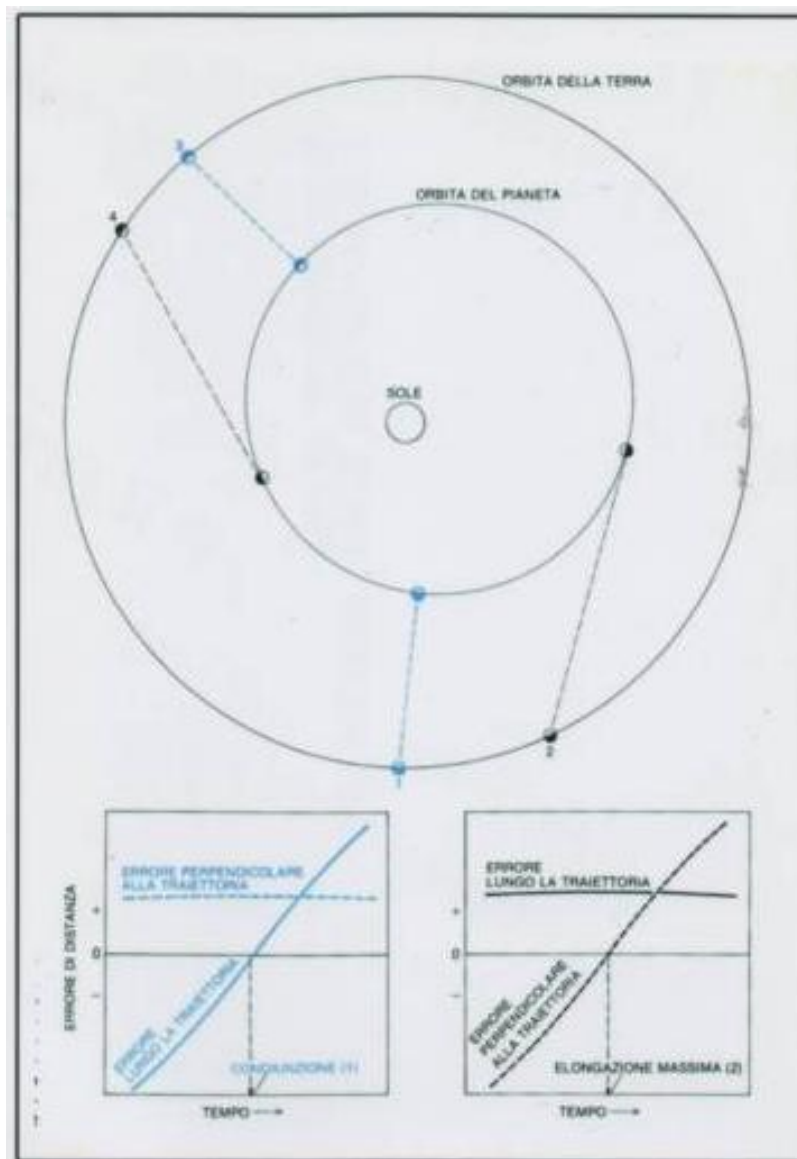


Fig.A37

Quando i pianeti si allontanano dalla congiunzione, l'errore lungo la traiettoria comincia a comparire come un errore di distanza che assume un'impronta caratteristica a guisa di S in poche settimane di inseguimento (si veda la figura in basso a sinistra). La pendenza di questa impronta è molto sensibile ad un errore lungo la traiettoria e ne fornisce un'accurata determinazione. Un errore perpendicolare alla traiettoria del pianeta dà origine ad un'impronta quasi piatta che assomiglia ad un errore radiale. Nella posizione dell'elongazione massima (2) cioè quando l'angolo tra il pianeta ed il Sole è massimo, le impronte dell'errore lungo la traiettoria e di quello perpendicolare ad essa sono invertite permettendo al secondo di essere

determinato. Successivamente, quando i pianeti sono di nuovo allineati in 3 e in 4, le impronte sono leggermente modificate per l'eccentricità e l'orientamento dell'orbita e ci danno alcune informazioni supplementari su questi parametri.

La navigazione interplanetaria usa il tempo in due modi diversi. Il tempo indica l'epoca associata ad un evento, per esempio un'osservazione specifica. A tale fine è sufficiente conoscere il tempo con una precisione di un decimo di millisecondo perché durante tale intervallo i pianeti e i veicoli spaziali si spostano solo di alcuni metri e la Terra ruota solo di alcuni centimetri. La funzione più critica del tempo è nell'esecuzione di rilevamenti radio di distanza e di velocità radiale del veicolo spaziale, funzione che richiede di misurare il percorso di un segnale radio che viaggia alla velocità della luce, con una precisione di alcuni centimetri. A questo scopo si devono poter misurare gli intervalli di tempo con un'approssimazione dei nanosecondi (10^{-9} secondi) su parecchie ore. Detto compito esige orologi caratterizzati da una stabilità di circa una parte su 10^{13} .

A18. Misure per la navigazione

Le misure per la navigazione che si ottengono tramite il sistema radio sono la distanza e la velocità di cambiamento della distanza ossia la velocità radiale. La velocità radiale è ricavata dallo spostamento Doppler nella frequenza del segnale radio. La misura Doppler più semplice si effettua sul collegamento unidirezionale verso la Terra nel quale la frequenza del segnale ricevuto dalla stazione di inseguimento è confrontata con la migliore stima della frequenza del segnale trasmesso dal veicolo spaziale. L'oscillatore installato a bordo di una nave spaziale non ha la stabilità che potrebbe avere e la sua frequenza non è nota con precisione: non è possibile quindi fare affidamento su di essa per la misurazione della velocità radiale del veicolo. Nel modo coerente bidirezionale, che è quello usato normalmente, la stazione di inseguimento trasmette e riceve con continuità. Il segnale trasmesso dalla Terra è ricevuto dal sistema radio di bordo che ne ripete fedelmente la fase ricevuta, ne aumenta la frequenza del 10% e lo ritrasmette verso la Terra. In questo modo il collegamento verso la Terra è definito coerente con il segnale verso lo spazio. Poiché il veicolo spaziale si muove rispetto alla Terra, il sistema radio di bordo "vede", ossia riceve, un'onda elettromagnetica la cui frequenza differisce da quella trasmessa dalla Terra. Così se la distanza fra l'astronave e la stazione di inseguimento è in aumento, il sistema radio di bordo ritrasmette un segnale la cui frequenza è leggermente inferiore a causa dell'effetto Doppler. Nel percorso dall'astronave alla Terra la frequenza del segnale ricevuto dalla stazione di inseguimento diminuisce ancora a causa della distanza crescente del collegamento. Di conseguenza nel modo bidirezionale si ha un doppio spostamento Doppler. La differenza fra la frequenza ricevuta dalla stazione di inseguimento (tenuto conto dell'aumento del 10% nella frequenza di trasmissione verso la Terra) e la frequenza del corrispondente segnale trasmesso in precedenza è la frequenza Doppler effettiva. In pratica il valore della frequenza Doppler è ottenuto confrontando la frequenza del segnale ricevuto con quella del segnale trasmesso nello stesso istante anziché con quella del segnale trasmesso in precedenza (di un intervallo pari al tempo per il viaggio di andata e ritorno). L'errore così introdotto è trascurabile perché la stabilità della frequenza di trasmissione superiore ad una parte su 10^{13} , evita comunque sensibili errori di frequenza durante l'intervallo di tempo necessario per il viaggio di andata e ritorno.

Come illustrato in fig.A38 lo spostamento Doppler dei segnali verso lo spazio e verso la Terra è usato per determinare la velocità radiale del veicolo spaziale, cioè la sua velocità lungo la congiungente tra il veicolo e la Terra.

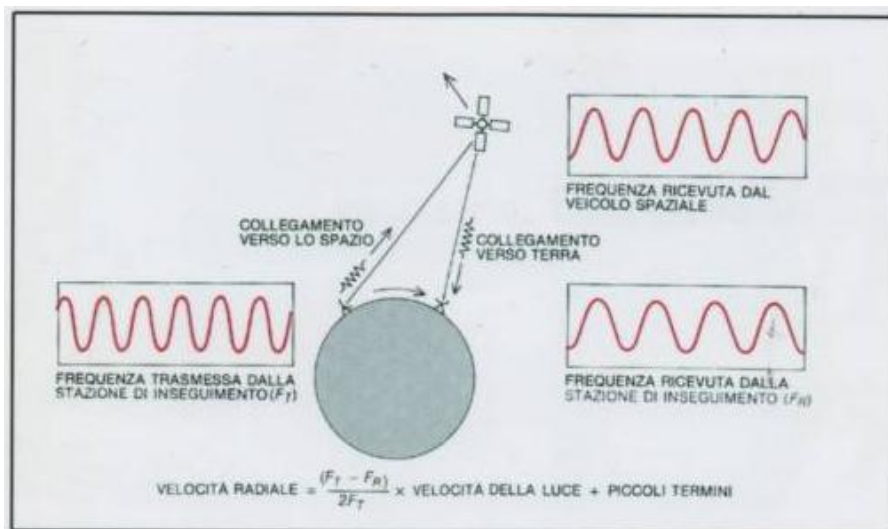


Fig.A38 Uso dello spostamento Doppler per determinare la velocità radiale del veicolo spaziale

Se la distanza tra il veicolo spaziale e la stazione di inseguimento è in aumento, il segnale verso lo spazio subisce uno spostamento Doppler quando viene ricevuto dal veicolo: questo riceve quindi un segnale di frequenza leggermente minore. Il sistema radio a bordo del veicolo amplifica il segnale ricevuto e lo ritrasmette coerentemente verso la Terra dove viene ricevuto con un secondo spostamento Doppler. La velocità radiale del veicolo spaziale è data dall'equazione riportata in figura. Le parole "piccoli termini" si riferiscono al fatto che la velocità radiale dipende anche da piccoli, ma importanti effetti, che per semplicità non sono riportati in figura.

Il tipico tono Doppler, che si ottiene confrontando le frequenze ricevuta e trasmessa, è dell'ordine di 100 chilohertz. Un contacicli Doppler tiene conto delle successive creste d'onda del tono Doppler che si susseguono nel tempo e risolve la fase con la precisione di un centesimo di ciclo. Durante l'intervallo fra due successive creste d'onda la fase del segnale radio ricevuto è slittata di un intero ciclo rispetto alla fase del segnale trasmesso o, in altre parole, la distanza dell'intero collegamento Terra-veicolo spaziale-Terra è cambiata esattamente di una lunghezza d'onda del segnale di partenza: poiché la lunghezza d'onda in banda S è pari a circa 13 centimetri, ciò vuol dire che il veicolo spaziale si è spostato radialmente di circa 6,5 centimetri durante un ciclo completo. Leggendo il contacicli Doppler in tempi successivi, si ottiene la variazione di distanza sul doppio percorso durante quell'intervallo di tempo. Le precisioni Doppler sono spesso espresse in termini di velocità radiale sebbene in questo sistema la misura fondamentale sia la variazione di distanza. La precisione di misura della velocità radiale media in un intervallo di conteggio di un minuto è di circa 0,1 millimetri al secondo in buone condizioni di segnale. In fig.A39 è schematizzato il funzionamento di un contacicli Doppler.

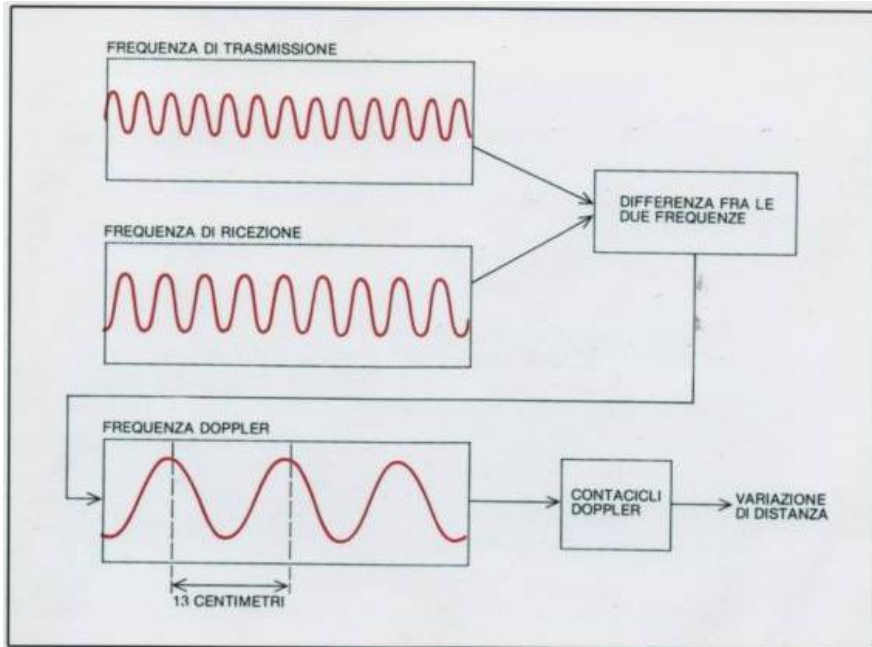


Fig.A39 Contacicli Doppler

Il contacicli Doppler registra il numero dei cicli e dell'esatta frazione di ciclo di cui la fase del segnale ricevuto è in ritardo nel tempo rispetto alla fase del segnale trasmesso. La lunghezza d'onda del segnale trasmesso in banda S è di circa 13 centimetri. Di conseguenza, se l'onda ricevuta è in ritardo di un ciclo esatto rispetto a quella trasmessa in un certo intervallo di tempo, la variazione di distanza fra la stazione di inseguimento ed il veicolo è una lunghezza d'onda ossia 13 centimetri. La variazione in un solo senso è la metà, cioè 6,5 centimetri.

L'altra misura per la radionavigazione, la distanza, si ottiene determinando il tempo di transito del viaggio di andata e ritorno del segnale radio. La precisione usuale di questa misura è circa 20 nanosecondi sul tempo di transito, equivalente a circa tre metri di distanza in un solo senso. Tale precisione, benché notevole, non può raggiungere quella della misura Doppler. Il sistema Doppler segue continuamente la variazione relativa di fase del segnale radio ricevuto durante un certo periodo di tempo, mentre il sistema di misura della distanza ad intervalli discreti misura il tempo di transito complessivo determinato dalla velocità del segnale radio. Per misurare il comportamento della variazione di distanza ad "alta frequenza" durante un breve intervallo di tempo, per esempio alcune ore, l'inseguimento continuo di fase fornito dal sistema Doppler tende ad essere più preciso, con un errore della variazione di distanza al massimo di alcuni decimetri in 12 ore. D'altra parte successive osservazioni di distanza, fatte una volta al giorno per un periodo di molti giorni o settimane, forniscono una misura più esatta del comportamento della variazione di distanza a "bassa frequenza".

In fig.A40 è riportata una foto dell'antenna parabolica di 64 metri sita a Goldstone, in California che è impiegata dal Jet Propulsion Laboratory per le comunicazioni radio con i veicoli spaziali interplanetari.



Fig.A40 Antenna parabolica di Goldstone

Analoghe antenne di inseguimento ubicate vicino a Madrid e vicino a Canberra hanno consentito e consentono alla Space Flight Operations Facility del Jet Propulsion Laboratory di mantenere un collegamento ininterrotto con i veicoli spaziali. Le antenne sono progettate per trasmettere in banda S (alla frequenza di 2,2 gigahertz) mentre ricevono segnali in banda S ed X (alla frequenza di 8,5 gigahertz).

A19. Determinazione dell'orbita e manovre correttive della traiettoria

L'astronave ed i pianeti seguono nello spazio orbite che ubbidiscono alle leggi gravitazionali del moto. Se la posizione e la velocità di un veicolo nello spazio (individuate da un gruppo di sei numeri) sono conosciute in un particolare istante se ne può calcolare univocamente la traiettoria. Per qualsiasi combinazione di valori di posizione e di velocità la distanza e lo spostamento Doppler variano nel tempo in modo univoco, caratteristico della traiettoria risultante. Dalle osservazioni Doppler e di distanza di un particolare veicolo spaziale si ottengono le curve di distanza e di velocità radiale tracciate in funzione del tempo, dalle quali è possibile calcolare la traiettoria effettiva del veicolo. Il processo di determinazione di questa traiettoria, insieme con i valori di qualsiasi parametro relativo che si riferisca alla traiettoria o alle osservazioni, è denominato determinazione dell'orbita. La precisione nella determinazione dell'orbita dipende dalla precisione delle misurazioni, dalle caratteristiche geometriche della traiettoria, dall'intervallo di tempo durante il quale sono fatte le osservazioni nonché dalla precisione delle informazioni precedenti sui valori dei parametri nella struttura matematica dei modelli dinamico e sperimentale usati per generalizzare le osservazioni.

Il modello dinamico deve comprendere oltre alla traiettoria di volo del veicolo spaziale, le posizioni relative all'orbita, le caratteristiche fisiche dei pianeti, che influenzano la traiettoria, l'accelerazione dovuta alla pressione della radiazione solare, le variazioni di velocità prodotte dal sistema propulsivo, ecc. Il modello sperimentale deve includere le posizioni e le velocità rispettivamente delle stazioni di inseguimento e del veicolo spaziale, insieme con fattori come gli effetti relativistici ed i ritardi di tempo del segnale radio nel transito attraverso il sistema radio del veicolo attraverso la ionosfera e la troposfera terrestri. I parametri dei modelli dinamico e sperimentale sono regolati in modo da generare le curve teoriche di distanza e le curve Doppler che si adattano nel miglior modo possibile all'insieme delle osservazioni. La differenza fra un'osservazione effettiva ed un valore teorico è chiamata "residuo". Se i residui sono piccoli e distribuiti in modo abbastanza casuale, la concordanza è considerata soddisfacente ed i modelli sono usati per prevedere i valori delle osservazioni che saranno fatte in futuro.

Questo è il "momento della verità". Se la concordanza con le osservazioni successive è scarsa, il modello deve essere modificato e si deve provare nuovamente il processo di adattamento. In genere è necessario regolare solo i parametri della traiettoria dell'astronave; ma talvolta i residui possono essere ridotti a valori soddisfacenti solo dopo che siano stati riesaminati altri parametri del modello. Per esempio, la traiettoria di un'astronave in orbita intorno ad un pianeta è influenzata dal punto di vista gravitazionale, dalla forma non sferica del pianeta e dalla distribuzione leggermente irregolare della sua massa. Viceversa i residui che derivano da questi effetti possono essere analizzati per acquisire informazioni su tali caratteristiche planetarie.

Determinata l'orbita, il passo successivo del processo di navigazione è l'ottimizzazione della traiettoria di volo. Se i residui continuano a comportarsi in modo soddisfacente, aumenta la fiducia che il modello abbia individuato una traiettoria pressoché coincidente con la traiettoria effettiva. Si deve allora decidere se modificare o meno la rotta. Se il veicolo spaziale segue da vicino la traiettoria voluta non è necessario prendere alcun provvedimento; se invece si presentano delle incertezze nei riguardi della rotta effettiva può essere necessario un inseguimento supplementare prima che siano autorizzate ulteriori azioni. Anche se il veicolo segue una traiettoria prossima a quella prevista, il gruppo degli operatori di volo può decidere che nessuna rotta diversa può dar luogo ad un numero di informazioni scientifiche più elevate oppure soddisfare meglio altre considerazioni operative. Tali analisi proseguono durante tutto il volo e l'attività diventa intensa quando il veicolo si avvicina al bersaglio. Scelta una nuova traiettoria, viene calcolata la correzione di velocità necessaria. Per esempio pochi giorni dopo il lancio di Viking 1 alla volta di Marte, la prima manovra per la correzione della traiettoria aveva come obiettivo l'eliminazione non soltanto dei normali errori di velocità introdotti durante il lancio, ma anche di quelli inseriti intenzionalmente allo scopo di eliminare il rischio che lo stadio Centaur del vettore di lancio, che seguiva la nave spaziale, potesse venire in collisione con Marte contaminando biologicamente il pianeta. Gli errori di velocità introdotti dal lancio, se non fossero stati corretti, avrebbero fatto seguire al veicolo spaziale una rotta passante diverse centinaia di migliaia di chilometri lontano dal "pianeta rosso". La regolazione di velocità necessaria per correggere una deviazione di tale entità è di circa 10 metri al secondo. La manovra, che richiede meno di un minuto, permette normalmente di ottenere più del 99% della correzione richiesta.

L'errore residuo di velocità insieme con le rimanenti incertezze nella determinazione dell'orbita può far sbagliare facilmente il bersaglio di alcune centinaia di chilometri. Benché la conoscenza anticipata della posizione dell'astronave non interessi al momento della manovra, la conoscenza della velocità viene alterata perché la manovra non può essere eseguita alla

perfezione, né può essere dedotta con assoluta esattezza dai dati tecnici trasmessi dal veicolo. La velocità del veicolo spaziale precedente alla prima correzione di traiettoria è di solito conosciuta con una precisione di circa un chilometro al giorno. Subito dopo la manovra la precisione di velocità può essere degradata di un fattore 10 o più. A tal proposito si osservi il disegno riportato nella TAVOLA 15.

In questo disegno l'incertezza nella posizione e nella velocità di Viking 1 in corrispondenza di un dato punto nel suo viaggio verso Marte (riportato qui sulla sfera celeste) può essere tradotta in incertezze di posizioni al momento dell'incontro con il pianeta bersaglio e riportata come ellissi disegnate su un piano perpendicolare alla traiettoria di arrivo. I numeri all'interno delle ellissi di incertezza, tutte disegnate nella stessa scala, indicano il numero dei giorni dopo il lancio. Esiste una probabilità del 50% che l'errore effettivo di traiettoria del bersaglio cada all'interno dell'ellisse calcolata. All'inizio del volo gli errori di velocità sono la fonte principale di un errore al bersaglio, ma in seguito diventano meno importanti. La prima correzione di rotta al quinto giorno (intesa a spostare il punto di orientamento verso la meta) introduce tante incertezze nella velocità che l'asse maggiore dell'ellisse di incertezza si estende fuori dell'illustrazione. Per alcune settimane dopo il lancio, la nave spaziale appare stazionaria sulla sfera celeste in quanto si allontana in direzione quasi radiale dalla Terra. Le incertezze sull'errore diminuiscono fino a quando gli effetti di piccole forze casuali sulla nave spaziale incominciano ad annullare le informazioni ottenute dall'inseguimento supplementare. La distanza coperta dal veicolo nel tragitto dalla Terra a Marte è di 700 milioni di chilometri.

I risultati di una manovra devono essere valutati al più presto possibile sia per verificarne l'esecuzione entro i limiti normali, sia per ottenere una misura degli errori di traiettoria che ne sono conseguiti e che devono essere corretti in seguito durante il volo. Le nuove componenti della velocità devono essere rimisurate lungo i tre assi. È conveniente scegliere assi normali tra loro lungo la congiungente fra la Terra ed il veicolo spaziale (la direzione radiale), lungo la direzione nella quale il veicolo sembra muoversi sulla sfera celeste (direzione di velocità trasversale) e lungo la direzione perpendicolare alle due precedenti.

La brusca variazione di velocità radiale durante la manovra può essere misurata direttamente con i dati Doppler con una precisione di circa 0,01 chilometri al giorno. Per manovre eseguite all'inizio di una missione, questa incertezza si traduce in un errore al pianeta bersaglio dell'ordine di un chilometro. La componente della manovra sulla direzione della velocità trasversale può essere osservata tramite la variazione della velocità trasversale stessa perché modifica l'accelerazione centripeta dell'astronave rispetto alla stazione di inseguimento. La variazione dell'accelerazione centripeta determina una curva lineare nel tempo della velocità radiale rispetto all'andamento di quest'ultima prima della manovra. Dopo diverse ore di inseguimento Doppler la deriva lineare dei residui è in genere sufficiente per stabilire la pendenza della deriva e quindi la componente della velocità trasversale della manovra con una precisione di circa un chilometro al giorno. Dopo alcuni giorni di inseguimento continuo, la precisione migliorò di circa 0,1 chilometri al giorno. La variazione della terza componente della manovra, che è quasi perpendicolare al piano dell'eclittica, è la più difficile da determinare. Poiché questa componente della velocità è perpendicolare sia alla direzione radiale sia a quella della velocità trasversale, essa inizialmente non modifica né velocità né l'accelerazione radiali. Sono necessari diversi giorni di inseguimento prima che se ne possa osservare l'effetto.

La fig.A41 di seguito riportata mostra la variazione sinusoidale giornaliera della curva della velocità radiale del veicolo rispetto alla Terra.

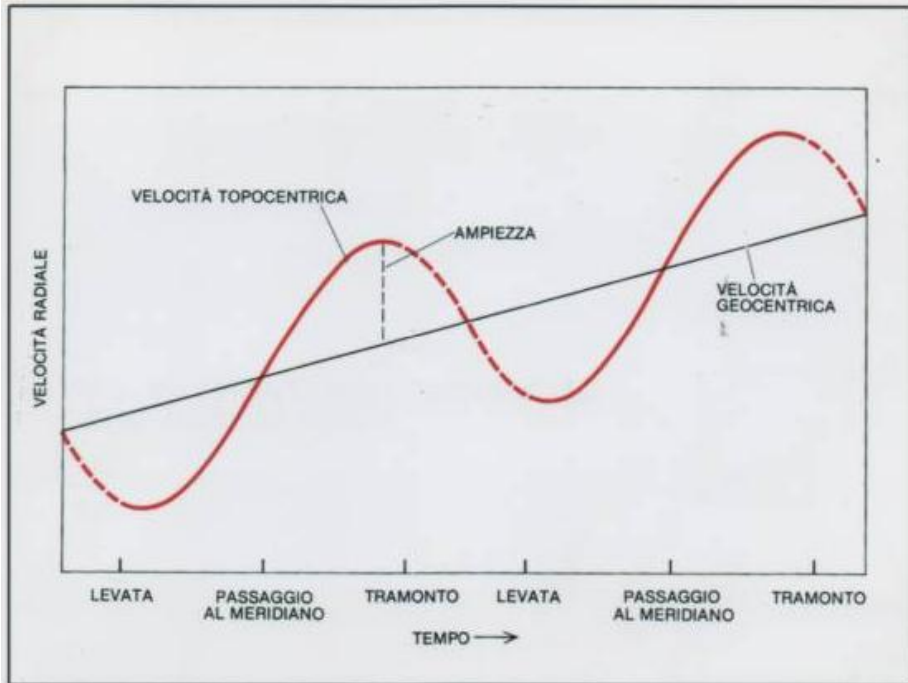


Fig.A41 Grafico della velocità radiale in funzione del tempo

Tale variazione deriva dal fatto che la stazione di inseguimento si avvicina al veicolo quando questo sorge a levante e, dopo il suo passaggio al meridiano, se ne allontana fino al suo tramonto a ponente. La curva sinusoidale è la velocità radiale topocentrica da cui si calcola la velocità radiale geocentrica. Per determinare l'orbita del veicolo, la fase osservata e l'ampiezza della curva topocentrica forniscono informazioni sull'ascensione retta e la declinazione. La pendenza della curva è funzione della velocità trasversale e della posizione del veicolo spaziale.

Le tre componenti di posizione dell'astronave possono essere determinate con approssimazioni molto differenti. La posizione radiale, cioè la posizione su una linea retta tracciata dalla Terra, può essere stabilita mediante una misurazione di distanza con un'approssimazione di circa tre metri, ovvero di tre ordini di grandezza superiore alla nostra conoscenza della posizione dei pianeti. La determinazione delle due componenti di posizione perpendicolari alla posizione radiale richiede uno sforzo notevolmente maggiore poiché le immense distanze implicite rendono le misure di distanza insensibili agli spostamenti perpendicolari. Per esempio, quando un veicolo spaziale si trova ad una distanza di 100 milioni di chilometri, uno spostamento di 1000 chilometri normale alla direzione Terra-veicolo spaziale determina un aumento di distanza di soli cinque metri. Per fortuna il campo gravitazionale del Sole ed il movimento quotidiano delle stazioni di inseguimento forniscono importanti informazioni su queste due componenti.

A20. Determinazione della posizione

L'attrazione gravitazionale del Sole è responsabile di una accelerazione della posizione radiale dell'astronave che varia lentamente durante i parecchi mesi di volo. Il valore di questa accelerazione dipende dalla velocità trasversale del veicolo spaziale e dalla distanza di questo

dalla Terra e dal Sole. I tre corpi si trovano ai vertici di un triangolo di cui due lati (la congiungente Terra e Sole e la congiungente Terra e veicolo spaziale) sono noti quasi perfettamente dalle effemeridi della Terra e da una misurazione di distanza del veicolo spaziale. Ne consegue che è sufficiente conoscere l'angolo fra questi due lati del triangolo per calcolare la lunghezza del terzo lato, ossia la distanza del veicolo dal Sole. Quindi l'accelerazione e la sua velocità di variazione nel tempo ottenuti da successive misure di distanza eseguite in molti giorni forniscono le informazioni relative all'angolo veicolo spaziale-Terra-Sole e alla velocità trasversale.

D'altra parte il comportamento della distanza nel tempo è indifferente ad un cambiamento della posizione del veicolo nella direzione perpendicolare al piano del triangolo, direzione in genere quasi perpendicolare al piano dell'eclittica perché le traiettorie fra la Terra e gli altri pianeti non possono uscire dal piano dell'eclittica in modo notevole. Di conseguenza nel caso di veicoli molto distanti dalla Terra non è possibile stabilire con esattezza le componenti di posizione e la velocità perpendicolare al piano dell'eclittica sfruttando gli effetti gravitazionali del Sole. Se non fosse per le informazioni fornite dalla rotazione della Terra, come verrà spiegato tra breve, questi parametri della traiettoria non potrebbero essere determinati in modo soddisfacente senza mesi di osservazione.

Poiché le stazioni di inseguimento si trovano sulla superficie terrestre le loro misurazioni dirette dei parametri radiali della nave spaziale (distanza, velocità e accelerazione) sono topocentriche e non geocentriche, cioè i valori sono riferiti ad un punto della superficie terrestre anziché al centro della Terra. Per ottenere gli equivalenti geocentrici di questi valori, che normalmente sono i più importanti per i calcoli della traiettoria, si deve tener conto dell'ubicazione delle stazioni di inseguimento sulla superficie della Terra in rotazione. I valori topocentrici possono tuttavia servire in quanto assicurano informazioni importanti che sarebbe difficile acquisire in altro modo. La velocità radiale topocentrica dell'astronave ha una piccola variazione sinusoidale giornaliera perché la stazione di inseguimento, per effetto della rotazione terrestre, si avvicina al veicolo quando questo sale nel cielo ad oriente e se ne allontana quando scende nel cielo ad occidente.

Dalle prime misure Doppler di inseguimento del veicolo spaziale, da quando sorge a quando tramonta, è possibile ricavare valutazioni precise dell'ascensione retta e della declinazione dell'astronave. In effetti per ottenere tale risultato si traccia la curva sinusoidale della velocità radiale topocentrica osservata in funzione del tempo sovrapposta alla curva sostanzialmente piatta della velocità geocentrica (si riveda la fig.A41). Il punto di intersezione delle curve fornisce l'istante in cui l'astronave passa al meridiano della stazione di inseguimento. Conoscere il tempo di incrocio e la longitudine della stazione di inseguimento equivale a conoscere l'ascensione retta delle stelle passanti in quell'istante al meridiano della stazione stessa e quindi anche a conoscere l'ascensione retta del veicolo spaziale. L'ampiezza della curva topocentrica (la sua deviazione massima dalla curva geocentrica) dipende dalla declinazione del veicolo. Essa è anzi il prodotto di tre grandezze: la velocità di rotazione della Terra, la distanza della stazione di inseguimento dall'asse di rotazione terrestre ed il coseno della declinazione dell'astronave.

Quindi l'inseguimento Doppler completa l'inseguimento in distanza fornendo l'informazione sulla posizione del veicolo nella direzione perpendicolare al piano dell'eclittica. Esso fornisce pure informazioni sulla posizione nel piano dell'eclittica ed in particolare sull'angolo astronave-Terra-Sole molto prima di quanto questa informazione potrebbe essere ottenuta dal solo inseguimento. Due soli giorni di inseguimento radio non sono in genere sufficienti per fornire la stima della posizione angolare del veicolo spaziale con

una precisione di alcuni decimi di microradiante, inferiore a 100 chilometri per i voli verso i pianeti interni.

Questa informazione di posizione rende anche possibile dedurre la velocità trasversale dall'accelerazione osservata dell'astronave. Di solito dei sei parametri della traiettoria (tre di posizione e tre di velocità), dopo due giorni, solo la componente della velocità dell'astronave perpendicolare al piano dell'eclittica resta determinata in modo insufficiente. Essa è ricavata soprattutto da successive determinazioni della declinazione e richiede, generalmente, alcune settimane di inseguimento. È strano che la funzione principale dell'inseguimento Doppler sia quella di fornire un'informazione angolare e che le misurazioni di distanza effettuate nel corso di alcuni giorni consecutivi forniscano la migliore informazione sulla velocità radiale. Si osservi ora il grafico di fig.A42.

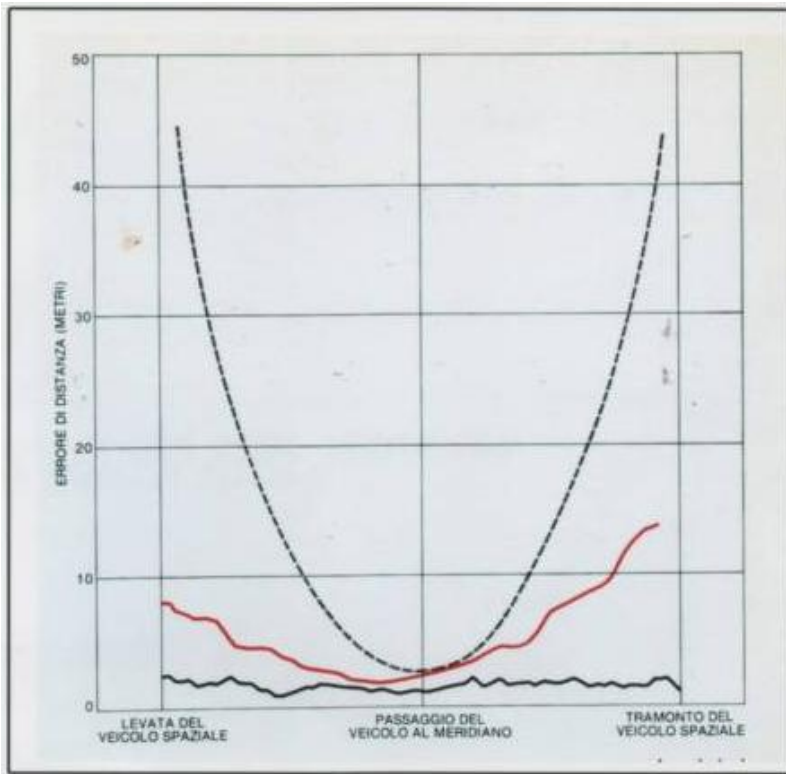


Fig.A42 Diagramma dell'errore di distanza in funzione del tempo

Il diagramma di figura può essere letto come segue. Le misure della distanza del veicolo spaziale devono essere corrette per compensare le variazioni della velocità dei segnali radio nel passaggio attraverso la troposfera (curva tratteggiata) e la ionosfera terrestre (in colore) ed il plasma dello spazio interplanetario (in nero). La variazione dei conseguenti errori di distanza nel tempo degrada le misure Doppler da cui si calcolano l'ascensione retta e la declinazione del veicolo. Le curve mostrano gli effetti sui segnali in banda S.

La precisione dei valori dell'ascensione retta e dell'inclinazione di un veicolo spaziale raggiunta mediante inseguimento Doppler dipende notevolmente dall'esatta conoscenza della longitudine delle stazioni di inseguimento e della loro distanza dall'asse di rotazione della

Terra. Qualunque errore nel valore assunto per questa distanza introduce un corrispondente errore nel valore della declinazione.

A.21 Ubicazione delle stazioni di inseguimento

L'ubicazione delle stazioni di inseguimento è stata determinata seguendo veicoli spaziali "ancorati" ad un pianeta, sia perché sono passati nelle sue vicinanze, sia perché sono rimasti permanentemente in orbita intorno ad esso. In tali condizioni si può effettuare una buona determinazione della posizione del veicolo rispetto al corpo celeste. Poiché le effemeridi forniscono già un'accurata direzione del pianeta, l'ascensione retta e la declinazione della nave spaziale, possono essere generalmente calcolate entro alcuni decimi di microradiante. L'ampiezza della curva Doppler topocentrica e l'istante di intersezione sono quindi implicitamente utilizzati in senso inverso per ottenere l'ubicazione delle stazioni di inseguimento con l'approssimazione di un metro.

A tale livello di approssimazione è necessario prendere in considerazione le variazioni della velocità di rotazione della Terra e della posizione geografica dei poli dovuta alle variazioni del momento di inerzia della Terra. Per esempio se si trascurano le variazioni nella posizione dei poli, l'errore dell'ubicazione presunta di una stazione di inseguimento può raggiungere 10 metri. Le tecniche astronomiche classiche rendono possibile definire l'orientamento della Terra con la precisione di un metro. Nuove tecniche hanno migliorato questo livello di diversi ordini di grandezza. Per molti anni grandi antenne radio installate in tutto il mondo, comprese quelle della rete di inseguimento, sono state usate in coppia come interferometri a lunga base per studiare la struttura delle sorgenti radio extragalattiche. Un "sottoprodotto" di questo lavoro è la determinazione dei vettori di base fra coppie di antenne, il che equivale ad una determinazione dell'orientamento della Terra. Nello stesso tempo sono state pure accuratamente stabilite le posizioni relative delle antenne.

Un'altra tecnica che si è fatta molta strada consiste nella misura del tempo di viaggio di andata e ritorno di impulsi laser brevissimi irradiati verso i satelliti della Terra ed in particolare verso gli specchi speciali, conosciuti come riflettori angolari, installati sulla Luna. Anni addietro sono state eseguite misure di distanza con il laser di questi riflettori dall'osservatorio McDonald dell'Università del Texas raggiungendo un'approssimazione di pochi centimetri. Un'analoga esattezza nello stabilire l'orientamento della Terra si è ottenuto da quando sono divenuti operativi i primi siti laser.

Quando il veicolo spaziale è molto vicino all'equatore celeste risulta difficile determinare la declinazione. L'ampiezza della sua curva Doppler topocentrica è insensibile alle variazioni della declinazione quando questa ha un valore prossimo allo zero, essendo funzione del suo coseno. Inoltre in tali casi piccoli errori nelle posizioni delle stazioni di inseguimento che alterano l'ampiezza della velocità radiale topocentrica, richiedono una grande variazione nella declinazione stimata per compensarli. In altri termini quando l'astronave è vicina all'equatore, la determinazione della declinazione è estremamente sensibile ad errori dei quali non si sia tenuto conto. Per fortuna la direzione delle navi spaziali nei voli verso i pianeti interni di solito cambia rapidamente cosicché la declinazione rimane di rado prossima allo zero per più di qualche giorno. Per le missioni verso i pianeti esterni del Sistema Solare questa sensibilità è invece il problema più grave; quando il veicolo spaziale si allontana dal Sole, riduce considerevolmente la propria velocità per cui la declinazione può rimanere prossima allo zero per interi mesi.

Il percorso di navigazione include un flusso di osservazioni contenente i dati da immagazzinare nella memoria del calcolatore, la determinazione dell'orbita, l'ottimizzazione della rotta di volo e la correzione della traiettoria. La determinazione dell'orbita è un

procedimento iterativo per verificare le ipotesi volte ad ottenere i valori più probabili di tutti i parametri fisici che influiscono sulle osservazioni. Il procedimento comprende i modelli dei processi fisici che influenzano il movimento del veicolo spaziale, il movimento dell'osservatore ed il percorso del segnale radio. In fig.A43 si può vedere uno schema che ci fa comprendere in che modo l'ottimizzazione delle traiettorie di volo ha lo scopo di migliorare al massimo la missione attraverso una complessa attività iterativa intesa a raccogliere la massima quantità di informazioni scientifiche che si possono ottenere dal veicolo spaziale.

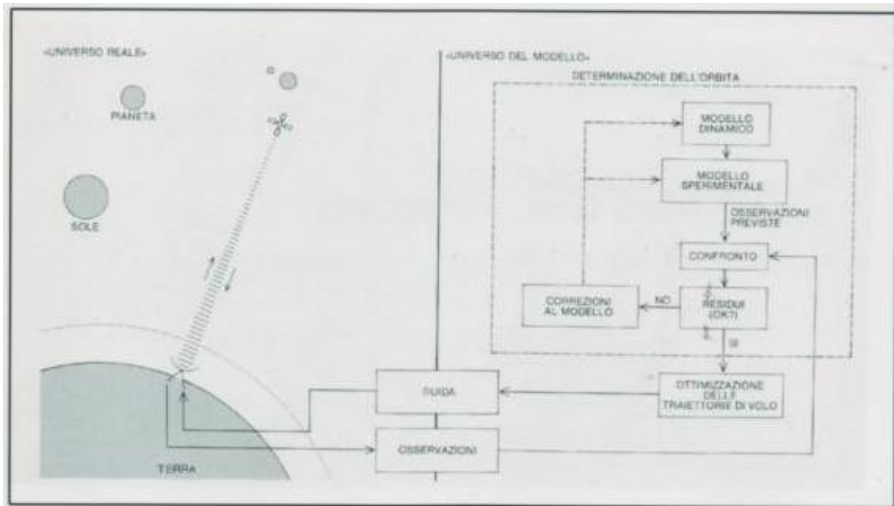


Fig.A43 Parametri del processo di navigazione

Nel caso della declinazione zero un nuovo metodo per risolvere il problema è la misurazione di distanza simultanea o quasi simultanea dagli emisferi australe e boreale con l'impiego delle stazioni di inseguimento di Goldstone e di Canberra. La differenza fra i tempi di andata e ritorno dei segnali radio ricevuti in queste due stazioni, fornisce una misura diretta della posizione angolare perpendicolare alle linee di vista nel piano che contiene l'astronave e le due stazioni di inseguimento. La grande distanza nord-sud fra Goldstone e Canberra assicura indicazioni differenziali dei ritardi di tempo particolarmente ampie nella direzione della declinazione. Se la differenza degli errori di distanza alle due stazioni di inseguimento può essere mantenuta entro tre metri è possibile misurare la declinazione della nave spaziale in vicinanza dei pianeti esterni con straordinaria precisione (meno di 0,2 microradiani).

A22. Effetti della propagazione ed influsso di forze non gravitazionali

Un'altra fonte di errori nell'inseguimento radio è la variazione di velocità subita dal segnale radio nella propagazione attraverso lo spazio e attraverso la ionosfera e la troposfera terrestri. Le variazioni di velocità provocano piccole distorsioni nelle curve Doppler con corrispondenti errori, fino ad alcune parti per milione nella determinazione dell'ascensione e del coseno della declinazione. L'effetto troposferico è il più sensibile, ma può essere corretto in genere con notevole precisione misurando la temperatura, la pressione e l'umidità alla stazione di inseguimento. Le variazioni nella velocità di propagazione provocate da elettroni liberi nella ionosfera e nello spazio esterno, sono più difficili da correggere a causa della variazione in parte casuale, del numero di tali elettroni lungo il percorso del segnale radio.

L'errore di distanza causato dagli elettroni è inversamente proporzionale al quadrato della frequenza portante del segnale radio. Perciò la maggior parte delle navi spaziali trasmette ora verso terra un secondo segnale in banda X (8,5 gigahertz), coerente in fase con il segnale primario in banda S a 2,2 gigahertz. La coerenza di fase significa che la fase del segnale trasmesso in banda X è in ogni istante un multiplo esatto e costante della fase del segnale trasmesso in banda S. Qualunque scostamento dalla coerenza di fase si manifesta come una differenza nel ritardo di tempo e nello spostamento Doppler fra i due segnali ricevuti dalla stazione di inseguimento. Tali deviazioni forniscono una misura del numero di elettroni e della rapidità di variazione del loro numero lungo il percorso del collegamento tra il veicolo spaziale e la Terra. Con questa informazione è possibile apportare opportune correzioni alla durata del tempo di andata e ritorno e alle misurazioni Doppler.

In fig.A44 si può vedere in che modo una vista polare della Terra mostri come un piccolo errore nella longitudine attribuita alla stazione di inseguimento induca ad un errore molto maggiore nel calcolo dell'ascensione retta del veicolo spaziale.

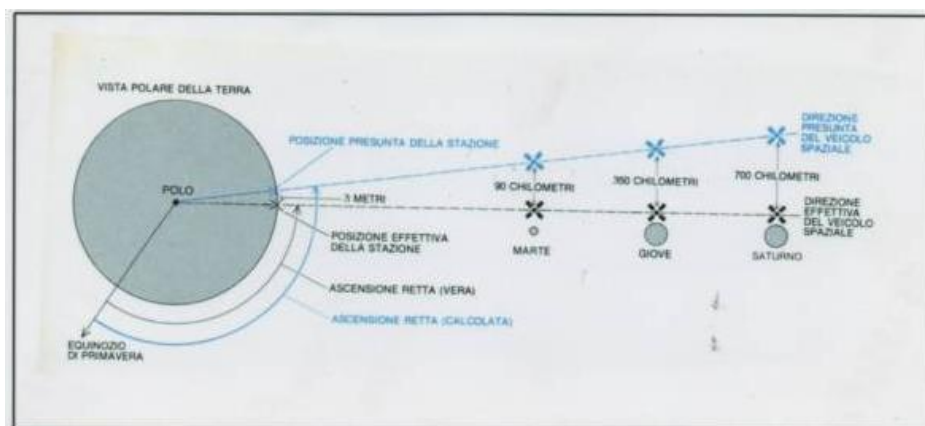


Fig.A44 Vista polare della Terra

Se l'errore nell'ubicazione della stazione di inseguimento è di soli tre metri, quando il veicolo arriva alla distanza di Marte la sua posizione effettiva disterà 90 chilometri da quella desunta in base a due giorni di inseguimento. In modo analogo, l'errore sarebbe di 350 chilometri alla distanza di Giove e 700 chilometri a quella di Saturno. L'inseguimento effettuato durante parecchie settimane riduce tali errori mediante l'informazione fornita dagli effetti gravitazionali del Sole.

In genere la conoscenza della posizione e della velocità di un veicolo spaziale migliora lentamente nel corso di molte settimane di inseguimento continuo, miglioramento che tende ad essere compensato dagli effetti di numerose piccole forze non gravitazionali che agiscono sul veicolo spaziale. È difficile includere queste forze nei modelli per la determinazione dell'orbita, salvo però la pressione della radiazione solare, della quale anzi è stato tenuto conto nelle prime missioni planetarie. Per esempio in un volo verso Marte la pressione della radiazione solare aggiunge circa 10.000 chilometri alla distanza eliocentrica del veicolo. Ad introdurre incertezze è il fatto che il valore della pressione solare viene alterato dal continuo bombardamento di protoni e di altre particelle facenti parte del vento solare. Durante il volo, queste particelle cambiano il potere riflettente dei vari materiali che ricoprono l'astronave fino all'1%, cambiamenti che sono difficili da prevedere.

Allo scopo di mantenere l'orientamento desiderato nello spazio, lo stesso veicolo spaziale consuma dei gas che gli consentono piccole accelerazioni. Tali oscillazioni di forze e variazioni dell'accelerazione dovuta alla pressione solare sono in parte casuali e non possono essere riportate nel modello in modo totalmente deterministico. Abitualmente le oscillazioni sono esigue e provocano uno spostamento dalla traiettoria gravitazionale solo di alcuni metri al giorno, ossia alcuni chilometri nel corso dell'intero volo. Tali forze casuali danno luogo effettivamente ad una perdita di informazioni interrompendo il collegamento deterministico fra le osservazioni precedenti e quelle attuali fornite dalle leggi gravitazionali del moto. Quello che interessa non è l'entità della curva della rotta, provocata da tali effetti, ma in che modo questi influiscono sulla determinazione dell'orbita del veicolo spaziale. La valutazione di una componente di posizione o di velocità osservata in modo insufficiente o indiretto è particolarmente vulnerabile agli effetti non riportati nel modello. Tipiche accelerazioni fortuite, se non note, possono causare errori di traiettoria compresi fra 100 e 1000 chilometri, in corrispondenza della distanza del pianeta bersaglio. Importanti errori nella valutazione dei parametri di traiettoria possono presentarsi in una direzione non facilmente accessibile all'osservazione in quanto il modello dinamico presume di conoscere la traiettoria della nave spaziale nella direzione osservata correttamente sulla base delle osservazioni precedenti e delle proprietà deterministiche delle leggi gravitazionali. Di conseguenza il modello resiste con decisione essendo impegnato nella direzione osservata correttamente. Il processo di determinazione dell'orbita, nel compensare le piccole variazioni osservate nella distanza e nello spostamento Doppler di frequenza provocate da accelerazioni non inserite nel modello, aumenta probabilmente di molto l'errore nella presunta valutazione di posizione e di velocità del veicolo spaziale nella direzione osservata insufficientemente e questo perché è necessaria una grande correzione per ridurre in modo notevole l'errore nei residui e perché il modello non regge a cambiamenti in quella direzione.

Si è ottenuto qualche miglioramento "rilassando" il modello che, di conseguenza non è più tanto rigido nel prevedere il futuro sulla base del passato. Il rilassamento viene ottenuto ristrutturando il modello in modo che si prenda in considerazione la possibilità che la nave spaziale sia soggetta a forze fortuite o meglio stocastiche. Si cerca di includere a priori l'informazione sulle qualità statistiche di queste forze stocastiche, per esempio la loro intensità presunta e la loro correlazione con il tempo. Il risultato è che invece di generare una sola traiettoria prevista, il modello sviluppa un corridoio di probabili posizioni e velocità spaziali, assegnando una unità di probabilità ad ogni possibile posizione nella quale la nave spaziale può trovarsi in ogni istante. Sulla base delle osservazioni fornisce anche valutazioni dei parametri statistici delle forze stocastiche reali che agiscono durante il periodo di osservazione.

Questo modo di affrontare il problema, conosciuto come "stima sequenziale" non costituisce una cura per la vulnerabilità dei parametri non sufficientemente osservati relativi ad effetti non inseriti nel modello, ma aiuta molto. La tecnica per esempio funzionò molto bene nel volo di Mariner 10 oltre Venere e poi verso Mercurio, primo volo in cui venne sfruttato il campo gravitazionale di un pianeta per deviare il veicolo spaziale verso un altro pianeta (cioè con effetto fionda). L'angolo di deviazione dipendeva in modo critico dalla posizione dell'astronave al passaggio nelle vicinanze di Venere; qualsiasi errore sarebbe stato ingrandito alcune migliaia di volte all'arrivo del veicolo su Mercurio. Allo scopo di conservare il propellente per le correzioni di traiettoria, in modo che ne restasse abbastanza per portare a termine i tre successivi passaggi vicino a Mercurio, la correzione di traiettoria successiva all'incontro con Venere, potenzialmente grandissima, doveva essere ridotta al minimo facendo navigare la sonda con la massima precisione possibile prima del suo arrivo nei pressi di

Venere. Studi successivi allo storico volo hanno dimostrato che Mariner 10 aveva navigato fino a Venere con un errore rispetto alla traiettoria pianificata inferiore a 17 chilometri. Se non fosse stata eseguita la stima sequenziale, l'errore avrebbe potuto essere compreso fra 100 e 200 chilometri.

In generale si può verificare un importante errore nella posizione calcolata se un veicolo spaziale viene sottoposto inaspettatamente a piccole forze casuali non inserite nel programma di determinazione dell'orbita. Il programma è particolarmente sensibile ad errori in una direzione osservata in modo insufficiente se le forze non inserite nel modello spostano il veicolo lungo una direzione studiata attentamente. Per chiarire meglio quanto si sta dicendo si osservi la fig.A45.

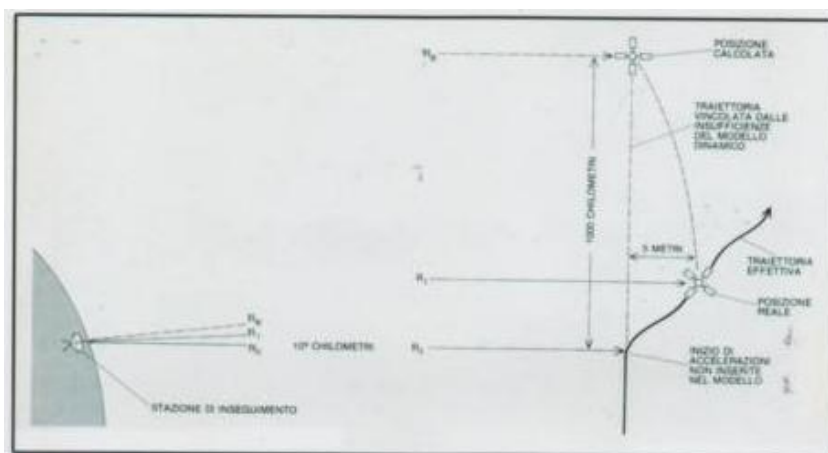


Fig.A45 Manifestazione di un errore di posizione

L'ipotetico veicolo spaziale qui rappresentato viaggia lungo una traiettoria retta la cui distanza in direzione normale alla Terra è di 10^8 chilometri (R_0). Il modello di determinazione dell'orbita in base alle osservazioni precedenti calcola correttamente R_0 in 10^8 chilometri prima che abbia inizio l'azione delle forze casuali. Dopo qualche tempo le piccole forze non inserite nel modello costringono il veicolo a deviare di cinque metri dalla precedente traiettoria retta e viene ripetuta l'osservazione di distanza (R_1). L'unico modo in cui l'insufficiente modello può simultaneamente soddisfare l'osservazione e la limitazione di un moto rettilineo desunto dalle precedenti osservazioni è quello di esaltare grandemente l'errore in una nuova valutazione detta posizione del veicolo spaziale (R_e), spostandolo erroneamente di 1000 chilometri.

A23. Incontro planetario e note conclusive

Finora è stata discussa la fase rigorosamente interplanetaria del volo, nella quale l'effetto gravitazionale del pianeta bersaglio è trascurabile. Tuttavia man mano che l'astronave si avvicina alla meta dai dati di inseguimento si può rilevare che il campo gravitazionale del pianeta accelera il veicolo lungo la sua traiettoria. Per i pianeti interni l'accelerazione ha inizio da uno a tre giorni prima dell'incontro poi, per i giganti gassosi, tende ad aumentare e raggiunge il massimo nel caso di Giove per il quale inizia un mese prima. Poiché a questo punto la sonda automatica viaggia in linea, la variazione di accelerazione causata dalla gravità del pianeta fornisce un'informazione molto precisa e precoce sulla rimanente distanza fra l'astronave ed il suo bersaglio. Quando il veicolo si approssima, il campo planetario

incomincia a curvarne la traiettoria, ma il raggio di curvatura di quest'ultima può essere facilmente determinato.

Con questa informazione e conoscendo la velocità della sonda rispetto al pianeta (in base alle effemeridi planetarie ed alla determinazione orbitale durante la fase interplanetaria) se ne può prevedere e calcolare la distanza di avvicinamento minimo. La terza coordinata di posizione perpendicolare al piano di movimento della sonda automatica rispetto al pianeta non può essere determinata con esattezza in base all'effetto della gravità, finché il veicolo non è giunto nelle immediate vicinanze del pianeta. L'informazione acquisita durante la fase di avvicinamento è preziosa per i piani finali di funzionamento degli strumenti scientifici di bordo. L'informazione di posizione definitiva, acquisita con l'inseguimento radio durante la fase di avvicinamento al pianeta, arriva di solito troppo tardi per essere utilizzata nel calcolo della velocità finale di manovra, necessaria per collocare la nave spaziale nella posizione desiderata all'incontro con il pianeta. Nelle missioni Viking per esempio, per ragioni di affidabilità, la manovra dei retrorazzi che collocava il veicolo spaziale in orbita attorno a Marte era basata su comandi trasmessi da terra un giorno prima e per questa manovra critica non vennero usate le informazioni ricevute durante l'ultimo giorno. Queste sono le ragioni per le quali sono importanti le effemeridi planetarie esatte e la determinazione precisa della traiettoria interplanetaria del veicolo spaziale.

L'orbita dei Viking intorno a Marte fu determinata in base alle informazioni fornite dai dati di inseguimento che sono differenti da quelle usate per determinare l'orbita interplanetaria della sonda. I fattori essenziali erano l'attrazione gravitazionale nota di Marte ed il movimento relativo della Terra e di Marte lungo le rispettive orbite. Il campo gravitazionale di Marte fu usato per stabilire la dimensione e la forma dell'orbita dei Viking (con una precisione di circa una parte per milione) nonché la posizione della nave lungo l'orbita. Esso consente anche di determinare l'angolo secondo il quale è orientato il piano dell'orbita intorno a qualunque asse perpendicolare alla linea di vista fra la Terra e Marte entro un microradiante, ossia dieci metri al periastro. I movimenti relativi dei due pianeti determinano una lenta variazione nel tempo del veicolo spaziale come è vista dalla Terra, rendendo possibile determinare l'angolo in cui è orientato il piano dell'orbita del veicolo rispetto alla linea di vista fra la Terra e Marte entro un milliradiante, che corrisponde ad un'esattezza di posizione pari a circa 10 chilometri al periastro.

La distribuzione irregolare della massa del pianeta origina perturbazioni nell'orbita del veicolo, particolarmente vicino al periastro, che limitano la possibilità di prevedere la posizione del veicolo lungo l'orbita. L'accurata previsione della posizione con l'anticipo di alcune orbite è chiaramente importante per l'atterraggio dell'astronave in un luogo determinato sulla superficie del pianeta. Una delle attività di navigazione durante le settimane precedenti l'atterraggio, nelle quali i Viking orbitavano intorno a Marte è stata quella di determinare gli effetti delle perturbazioni di massa nelle regioni sorvolate, migliorando così le possibilità di fare previsioni orbitali.

Tanto tempo è passato da allora ed i viaggi verso pianeti interni ed esterni si sono moltiplicati. Ai Viking seguirono i Pioneer 10 e 11, i Voyager ecc. Con le tecniche attuali è stato possibile estendere a Giove, a Saturno e agli altri pianeti gassosi la capacità di navigazione già dimostrata con i pianeti interni. Attualmente siamo anche in grado di condurre esperimenti definitivi sulla gravitazione e abbiamo potuto migliorare di molto la determinazione degli effetti previsti in base alla teoria della relatività generale.