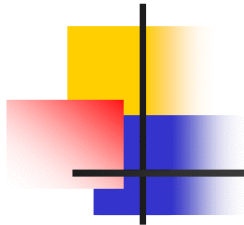


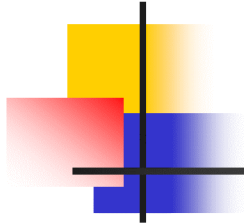
Cartografia Aeronautica

La rappresentazione cartografica



- DEF: La cartografia è la scienza che ha come oggetto la rappresentazione, su un piano, di una parte o di tutta la superficie terrestre e degli oggetti che su di essa si possono osservare.

La rappresentazione cartografica



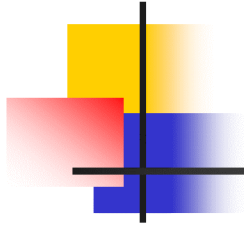
- L'ICAO nel 1997, attraverso il documento n. 9674 (*World Geodetic System - 1984 Manual*), raccomanda l'adozione di un riferimento ellissoidico universale denominato *WGS-84*, uguale a quello utilizzato per la determinazione della posizione attraverso il sistema satellitare *GPS*.
- I parametri di un tale ellissoide sono:

<i>semiasse maggiore</i>	$a = 6\,378\,137.0 \text{ m}$
<i>schacciamento</i>	$s = 1/298.257223563$

La rappresentazione cartografica

- Per evitare deformazioni l'ideale sarebbe rappresentare la sfera terrestre su una sfera di dimensioni ridotte (*globo geografico* o *mappamondo* o *sfera rappresentativa terrestre*); in tal modo si avrebbe una rappresentazione fedele sebbene di proporzioni ridotte.
- Al rapporto r/R si dà il nome di *scala del globo*: un elemento infinitesimo di distanza dS della Terra verrebbe così ridotto sul globo a dimensioni ds , nello stesso rapporto che intercorre tra il raggio della sfera terrestre R e il raggio del globo geografico r .

La rappresentazione cartografica



- La *scala del globo* è data, quindi, da:

$$\sigma = \frac{ds}{dS} = \frac{r}{R} = \frac{1}{R / r}$$

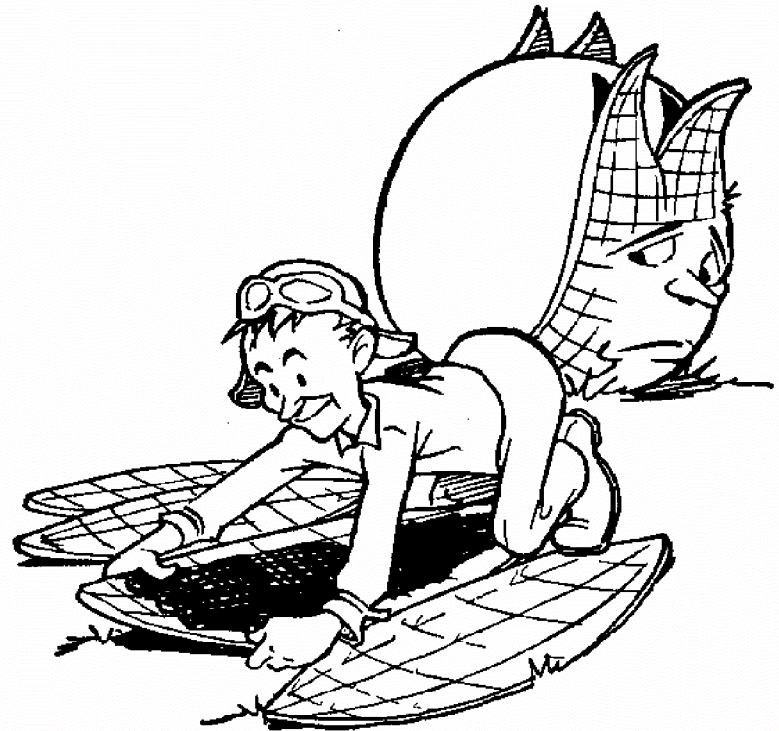
preferendo indicare la scala come rapporto tra l'unità e un numero intero.

La rappresentazione cartografica

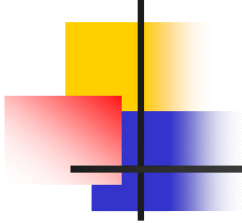
- Non è tuttavia possibile utilizzare un tale globo per la risoluzione pratica dei problemi di navigazione in quanto per avere una scala di 1:1 000 000 (per rappresentare cioè con 1 millimetro sul globo una distanza di 1 km sulla Terra) occorrerebbe disporre di un *globo geografico* avente come raggio 6.37 metri.
- Si rende necessario, pertanto, ottenere, a partire dal globo geografico, la rappresentazione di una porzione della superficie terrestre su un piano o su una superficie sviluppabile in un piano (quali il cono e il cilindro).

La rappresentazione cartografica

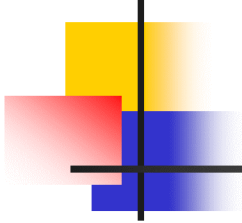
- È evidente che non si può ottenere su una superficie piana una rappresentazione fedele della Terra in quanto questa, essendo sferica, non potrà mai essere rappresentata su un piano senza subire deformazioni



La rappresentazione cartografica



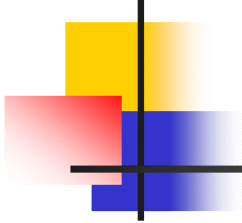
- In cartografia si cerca tuttavia di conservare almeno alcune proprietà quali, per esempio:
 - una corretta rappresentazione delle distanze;
 - una corretta rappresentazione degli angoli e quindi delle forme;
 - una corretta rappresentazione delle aree.



La rappresentazione cartografica

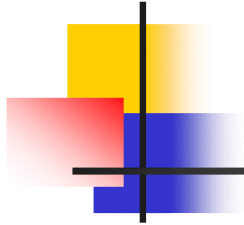
- Nel primo caso si ha una *proiezione equidistante*;
- nel secondo caso una *proiezione isogona* o *conforme*;
- nel terzo caso una proiezione *equivalente* o *autalica*.

La rappresentazione cartografica



- È impossibile realizzare una carta che presenti più di un requisito;
- si può, invece, avere una carta che, pur non soddisfacendo ad alcuno dei detti requisiti, mantenga le proprie deformazioni entro limiti accettabili.

La rappresentazione cartografica



- Si definisce scala di una carta il rapporto tra un elemento infinitesimo di distanza ds' sulla carta e quello corrispondente dS sulla superficie terrestre:

$$\sigma = ds' / dS$$

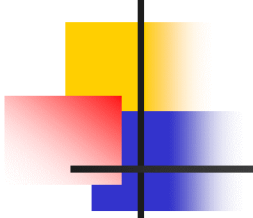
- tale espressione può anche essere scritta, moltiplicando e dividendo per ds :

$$\sigma = \frac{ds'}{ds} \frac{ds}{dS}$$

dove ds rappresenta l'elemento di distanza sul globo geografico. Sostituendo al rapporto ds/dS il rapporto r/R si ottiene:

$$\sigma = \frac{n}{R / r}$$

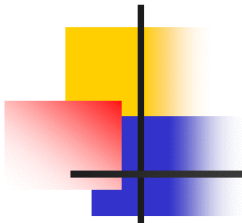
La rappresentazione cartografica

- 
- Con n viene indicato il rapporto tra l'elemento di distanza sulla carta ds' e il corrispondente elemento del globo geografico ds , noto come *modulo di riduzione* o *di deformazione lineare* (in inglese *scale factor*) .
 - Esso, infatti, indica come un elemento di distanza del globo geografico viene deformato nella rappresentazione piana.
 - Di conseguenza il modulo di riduzione lineare è uguale ad 1 quando l'elemento di distanza ds non subisce alcuna deformazione; la differenza $n - 1$ viene indicata come *errore di scala* (*scale error*).

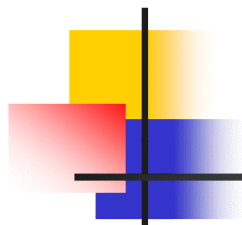
La rappresentazione cartografica

- Il rapporto R/r si esprime con un numero intero, per esempio 1 000 000; di conseguenza la scala σ è eguale a $1/1\ 000\ 000$ nel caso in cui $n = 1$; nel caso in cui n è diverso da 1 la scala si ottiene, tenendo conto del modulo di riduzione lineare n .
- Nelle carte a scala grande, che rappresentano piccole zone della superficie terrestre, la scala si può considerare costante per l'intera carta, mentre su una carta a piccola scala, che rappresenta estese zone della superficie terrestre, la scala nelle carte non può più essere considerata costante sull'intera area; nella maggior parte delle carte di interesse aeronautico essa è, come vedremo in seguito, funzione della latitudine.

Requisiti di una carta di navigazione

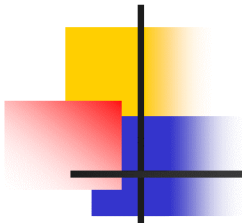
- 
- Una rappresentazione cartografica si può ottenere o per via analitica o per via prospettica.
 - Nel primo caso si stabiliscono *relazioni di corrispondenza* tra le coordinate geografiche di un punto della Terra e le coordinate cartesiane o polari sulla carta in modo che alcune proprietà, per esempio l'isogonismo, vengano assicurate.
 - Nel secondo caso, i punti della Terra vengono proiettati da un *punto di vista* su un piano o su una superficie sviluppabile in un piano (*quadro*); il tipo di carta che ne deriva dipende dalle posizioni reciproche del punto di vista e della superficie su cui si sviluppa la carta.
 - In questo tipo di proiezione le relazioni di corrispondenza si ricavano per via geometrica.

Requisiti di una carta di navigazione

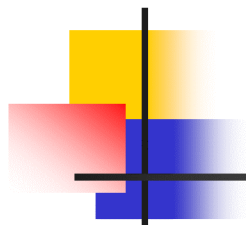


- Ad una carta nautica si richiedono alcuni requisiti fondamentali:
 - i paralleli e i meridiani devono essere rappresentati da curve semplici in modo che sia possibile ricavare rapidamente le coordinate di un punto della carta o, note le coordinate, rappresentare un punto sulla carta;
 - sulla carta le principali traiettorie di navigazione (lossodromie o ortodromie) devono essere rettificare;
 - devono potersi misurare con precisione angoli e distanze.

Requisiti di una carta di navigazione

- 
- I primi due requisiti sono abbastanza semplici da soddisfare, mentre per il terzo è necessario che la carta conservi gli angoli (sia cioè *isogona*) e sia contemporaneamente priva di deformazioni lineari (*equidistante*).
 - Purtroppo, non è possibile ottenere nella stessa carta entrambe le proprietà in quanto, inevitabilmente, nel passare da una superficie sferica ad una piana si hanno comunque delle deformazioni.

Requisiti di una carta di navigazione



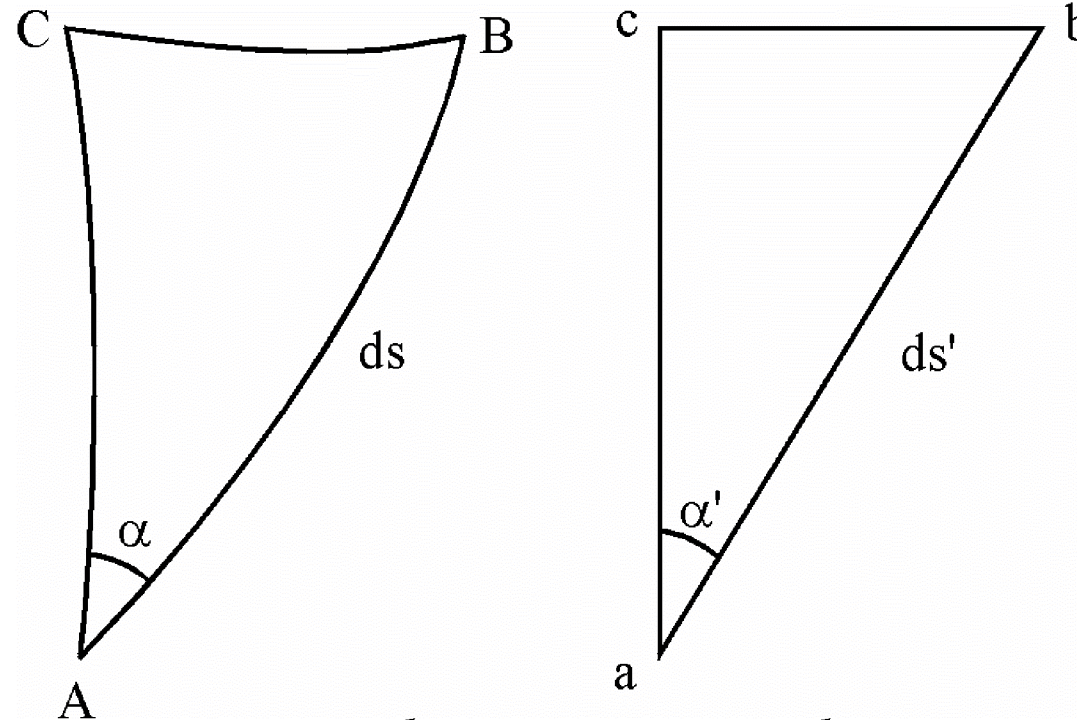
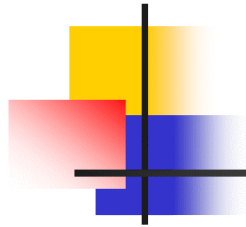
- Una carta è *isogona* quando vengono conservate le direzioni uscenti da un qualsiasi punto;
- di conseguenza, ad un triangolo infinitesimo preso sulla sfera terrestre rappresentativa, ottenuto considerando due punti infinitamente vicini (A di coordinate φ, λ e B di coordinate $\varphi' = \varphi + d\varphi, \lambda' = \lambda + d\lambda$) e tracciando il meridiano e il parallelo passanti per essi, deve corrispondere sulla carta un triangolo simile.

Requisiti di una carta di navigazione

- Il triangolo ABC è rettangolo in quanto sulla sfera i paralleli e i meridiani sono tra loro ortogonali;
- di conseguenza anche sulla carta le curve corrispondenti devono essere ortogonali. Il generico angolo viene quindi conservato ($\alpha' = \alpha$) quando i due triangoli sono simili, cioè quando:

$$\frac{ac}{AC} = \frac{bc}{BC} = \frac{ab}{AB}$$

Requisiti di una carta di navigazione



$$\frac{ac}{AC} = \frac{bc}{BC} = \frac{ab}{AB}$$

Requisiti di una carta di navigazione

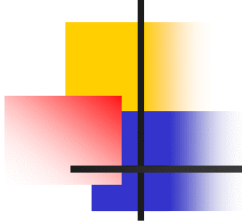
- Il rapporto di similitudine è uguale al rapporto tra cioè al modulo di riduzione (o di deformazione) lineare n ; pertanto la carta è isogona quando detto modulo non varia qualunque sia l'orientamento dell'elemento di distanza considerato.
- Il primo e il secondo termine dell'espressione esprimono, rispettivamente, il modulo di riduzione lineare secondo le direzioni del meridiano (n_m) e del parallelo (n_p);
- pertanto si può dire che una carta è isogona quando i moduli di riduzione lineari lungo il meridiano e lungo il parallelo sono uguali:

$$n_m = n_p$$

Requisiti di una carta di navigazione

- In conclusione, in una carta isogona il modulo di riduzione n varia da un punto all'altro della carta mentre, per ciascun punto, è lo stesso qualunque sia la direzione;
- Una carta è *equidistante* quando in ogni punto la scala è costante; deve essere anche il modulo n costante, il che contrasta con quanto affermato in precedenza;
- Pertanto non si può avere una carta di navigazione che sia nello stesso tempo isogona ed equidistante a meno di non limitare la carta entro piccole zone della superficie terrestre.

Classificazione delle carte

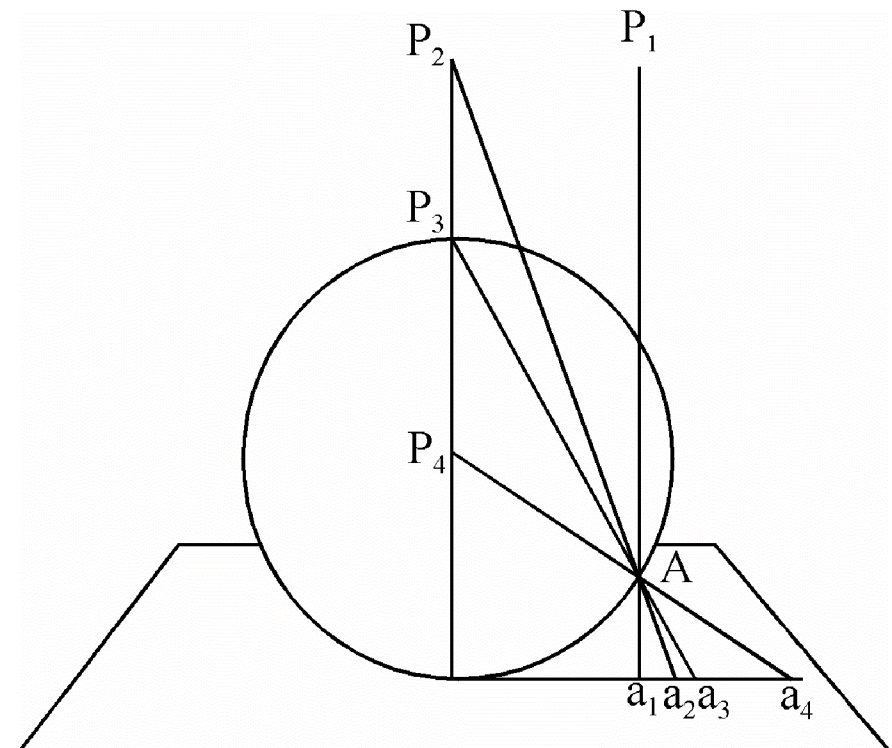


- Il criterio qui adottato è relativo alla superficie su cui viene rappresentata la carta (piano, cilindro o cono) e alla posizione di tale superficie rispetto alla sfera rappresentativa terrestre;
- Si hanno pertanto:

Classificazione delle carte

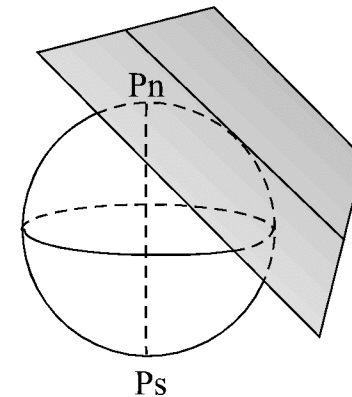
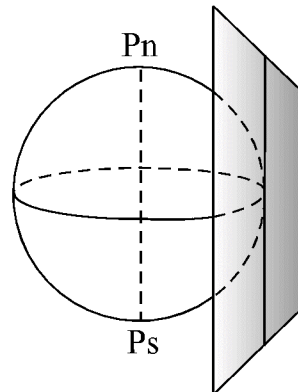
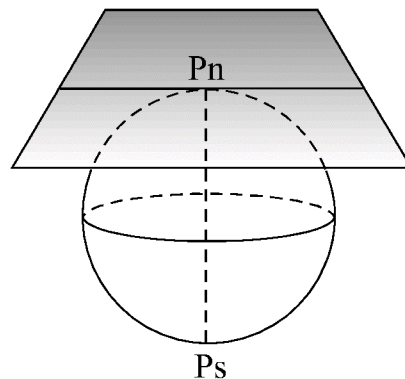
1) Proiezioni prospettiche piane: in esse i punti della sfera vengono proiettati da un punto (detto *punto di vista*) direttamente su un piano (*quadro*) tangente alla sfera. A seconda della posizione del punto di vista si hanno:

- proiezioni *ortografiche*, quando il punto di vista (P_1) è all'infinito;
- proiezioni *scenografiche*, se il punto di vista (P_2) è a distanza finita rispetto alla superficie terrestre;
- proiezioni *stereografiche*, quando il punto di vista (P_3) è posto sulla Terra agli antipodi del punto in cui il quadro è tangente;
- proiezioni *gnomoniche* o *centrali*, quando il punto di vista (P_4) coincide con il centro della sfera rappresentativa.



Classificazione delle carte

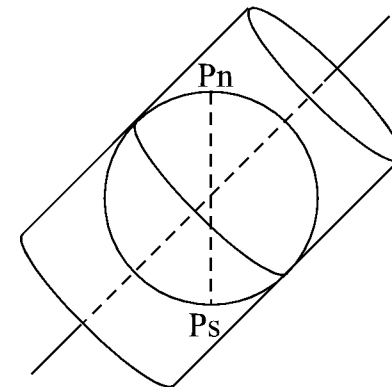
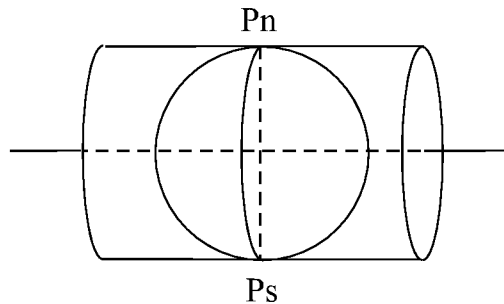
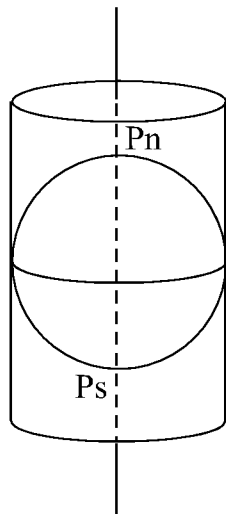
- In base, poi, alla posizione del piano tangente, si hanno i seguenti tipi di proiezione:
 - *polari*, quando il piano è tangente in uno dei poli;
 - *equatoriali* o *meridiane*, quando il piano è tangente in un punto posto all'equatore;
 - *orizzontali* o *oblique*, quando il piano è tangente in un punto qualsiasi:



Classificazione delle carte

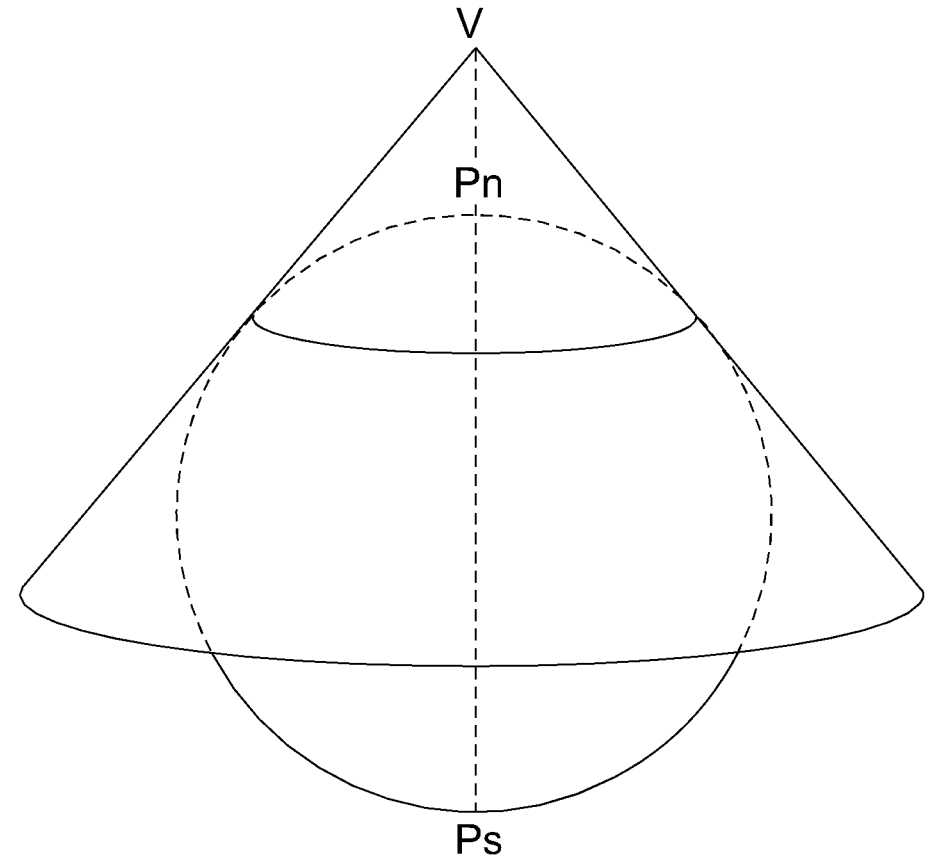
2) Proiezioni cilindriche: in esse i punti della sfera rappresentativa terrestre vengono proiettati dal centro di essa su un cilindro tangente alla sfera. A seconda della posizione relativa dell'asse del cilindro rispetto all'asse dei poli, si hanno le seguenti proiezioni:

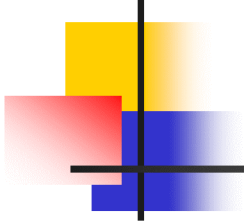
- *proiezioni cilindriche dirette*, quando l'asse del cilindro coincide con l'asse dei poli;
- *proiezioni cilindriche inverse o trasverse*, quando l'asse del cilindro giace nel piano equatoriale;
- *proiezioni cilindriche oblique*, quando l'asse del cilindro ha una giacitura qualsiasi:



Classificazione delle carte

3) Proiezioni coniche: in esse i punti della sfera terrestre rappresentativa vengono proiettati su un cono tangente alla sfera lungo una circonferenza minore. Anche per le proiezioni coniche si hanno le stesse denominazioni viste per le cilindriche (diretta, inversa o obliqua), in rapporto alla giacitura del cono, anche se la proiezione di maggiore interesse è quella diretta.



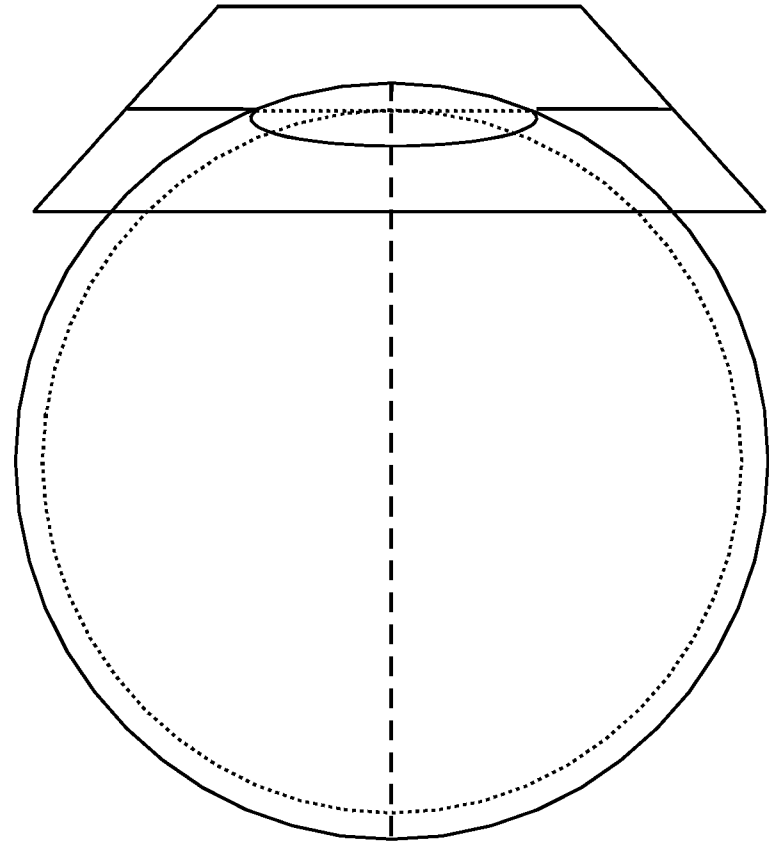


Classificazione delle carte

- Nelle proiezioni prospettiche piane il modulo di riduzione lineare è uguale a 1 soltanto nel punto di tangenza essendo, questo, l'unico punto in comune tra il piano e la sfera rappresentativa;
- in tutti gli altri punti della carta è maggiore di 1.
- Di conseguenza, per evitare deformazioni eccessive, è preferibile limitare la zona da rappresentare alle immediate vicinanze del punto di contatto.

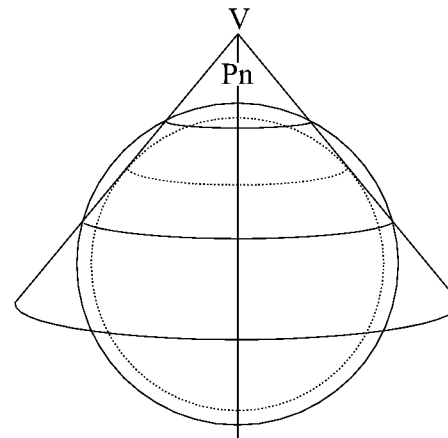
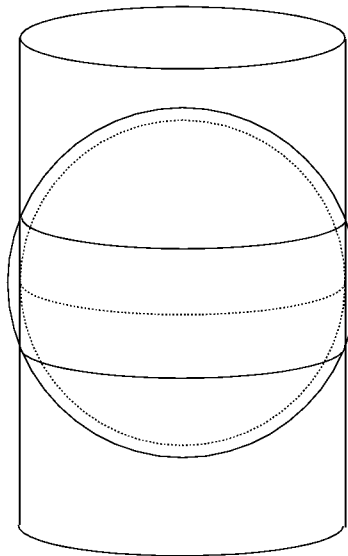
Classificazione delle carte

- Volendo estendere la zona da rappresentare si può considerare un piano secante anziché tangente;
- in tal modo il modulo di riduzione lineare è unitario lungo la circonferenza di intersezione (definita *circonferenza standard* o *isomecoica*), minore di 1 all'interno di essa e maggiore di 1 all'esterno.



Classificazione delle carte

- Lo stesso ragionamento si può ripetere per le proiezioni cilindriche e coniche;
- Il modulo n è unitario lungo la circonferenza comune tra sfera e superficie di proiezione, mentre è maggiore di 1 negli altri punti della carta.
- Adottando un cilindro o un cono secanti, si ha modulo di riduzione unitario lungo due circonferenze, modulo minore di 1 nella zona compresa tra le stesse, modulo maggiore di 1 all'esterno, con il vantaggio di distribuire meglio le deformazioni sulla carta.



Classificazione delle carte

- In pratica, però, è preferibile fare riferimento a un piano tangente a una sfera di dimensioni ridotte, avente raggio, ottenendo lo stesso risultato;
- in tal caso, infatti, la scala della carta diventa:

$$\sigma = \frac{n}{R / r'} = \frac{r'}{r} \frac{n}{R / r}$$

- avendo moltiplicato e diviso il denominatore per r .
- Ponendo (di solito uguale a 0.9996), l'espressione precedente diventa:

$$\sigma = n_0 \frac{n}{R / r}$$