

Capitolo 2

RUOTE DI DENTATE

SOLUZIONI ESERCIZI PROPOSTI (Vedi Testo Pag. 102 ÷ 103)

Soluzione Esercizio 1

In base ai dati del problema, calcolo il **modulo (m)** della ruota dentata:

$$m = \frac{d_p}{z} = \frac{204}{34} = 6$$

Calcolo il **passo (p)** della dentatura:

$$p = \frac{\pi d_p}{z} = \frac{\pi 204}{34} = 18,84 \text{ mm}$$

Dato che l'**altezza della testa del dente definita "addendum" (h₁)** è = m = **6 mm** e l'altezza totale del dente risulta: h = (13/6) m = 13 mm, posso calcolare l'**altezza del piede definita "dedendum" (h₂)**;

$$h_2 = h - h_1 = 13 - 6 = 7 \text{ mm}$$

Soluzione Esercizio 2

In base ai dati del problema, conoscendo il numero di denti della ruota condotta (z₂) e il rapporto di trasmissione (i) calcolo il numero di denti della ruota motrice:

$$Z_1 = \frac{Z_2}{i} = \frac{40}{0,625} = 64$$

Calcolo il raggio primitivo della ruota motrice:

$$r_{p1} = \frac{60 V_p}{2 \pi n_1} = \frac{60 \cdot 3}{2 \pi \cdot 358} = 0,08 \text{ m} = 80 \text{ mm}$$

Posso ora calcolare il **modulo della coppia di ruote dentate**:

$$m = \frac{d_{p1}}{z_1} = \frac{160}{64} = 2,5 \text{ mm}$$

Calcolo il **passo**: p = m π = 2,5 π = **7,85 mm**

Soluzione Esercizio 3

In base ai dati del problema, conoscendo il numero di giri della ruota condotta (n₂) e il rapporto di trasmissione (i) calcolo il numero di giri della ruota motrice:

$$n_1 = i n_2 = 0,704 \cdot 440 = 310 \text{ g/min}$$

Calcolo la potenza motrice (W₁):

$$W_1 = C_1 \omega_1 = C_1 \frac{2 \pi n_1}{60} = 157 \frac{2 \pi \cdot 310}{60} = 5097 \text{ W}$$

Quindi posso ora calcolare il **rendimento** della coppia di ruote dentate:

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{5000}{5097} = 0,98$$

Soluzione Esercizio 4

In base ai dati del problema, conoscendo la potenza motrice $W_1 = 12 \text{ kW} = 12000 \text{ W}$ e sapendo che attraverso gli attriti se ne dissipa il 3%, posso calcolare la potenza sulla ruota condotta:

$$W_2 = W_1 \cdot 0,97 = 12000 (1 - 0,03) = 11640 \text{ W}$$

Quindi il **rendimento** della coppia di ruote dentate:

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{11640}{12000} = 0,97$$

Calcolo il numero di giri della ruota condotta:

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{530}{0,741} = 715 \text{ g/min}$$

Posso ora calcolare la **coppia sull'albero condotto**:

$$C_2 = \frac{60 W_2}{2 \pi n_2} = \frac{60 \cdot 11640}{2 \pi \cdot 715} = 155 \text{ Nm}$$

Soluzione Esercizio 5

In base ai dati del problema, ipotizzo il numero di denti della ruota condotta $z_2 = 40$, quindi posso calcolare il numero di denti della ruota motrice:

$$z_1 = \frac{z_2}{i} = \frac{40}{2,5} = 16$$

Calcolo la coppia motrice:

$$C_1 = \frac{60 W_1}{2 \pi n_1} = \frac{60 \cdot 4500}{2 \pi \cdot 560} = 76,7 \text{ Nm}$$

Ipotizzando il coefficiente che dipende dalla larghezza del dente $\lambda = 6$ e ruote in bronzo con carico di sicurezza dinamico $k = 30 \text{ N/mm}^2$ (vedi tabella a pagina 98), Posso ora calcolare il **modulo della coppia di ruote dentate**:

$$m = \sqrt[3]{\frac{104 C_1}{\pi^2 z_1 \lambda k}} = \sqrt[3]{\frac{104 \cdot 76700}{\pi^2 \cdot 16 \cdot 6 \cdot 30}} = 6,5 \text{ mm}$$

Calcolo il **diametro primitivo della ruota motrice**:

$$d_{p1} = m z_1 = 6,5 \cdot 16 = 104 \text{ mm}$$

Posso quindi calcolare la **velocità periferica**:

$$V_p = \frac{\pi d_{p1} n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 104 \cdot 560}{60} = 3,05 \text{ m/s}$$

Soluzione Esercizio 6

In base ai dati del problema, calcolo il diametro primitivo della ruota condotta:

$$d_{p2} = m z_2 = 6,5 \cdot 30 = 195 \text{ mm}$$

Quindi il raggio primitivo della ruota condotta $r_{p2} = 75$ mm e dato che la distanza tra i due alberi è uguale a 182 mm, posso ricavare il raggio primitivo della ruota motrice $r_{p1} = 182 - 75 = 107$ mm da cui il diametro primitivo della ruota motrice risulta $d_{p1} = 214$ mm.

Posso quindi ricavare il **numero di denti della ruota motrice**:

$$z_1 = \frac{d_{p1}}{m} = \frac{214}{5} = 43$$

Calcolo il **rapporto di trasmissione**:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{30}{43} = 0,7$$

Ipotizzando il coefficiente che dipende dalla larghezza del dente $\lambda = 10,5$ calcolo la coppia motrice:

$$C_1 = \frac{m^3 \pi^2 z_1 \lambda k}{104} = \frac{5^3 \pi^2 43 10,5 60}{104} = 321355 \text{ Nmm} = 321 \text{ Nm}$$

Posso quindi calcolare la **potenza motrice**:

$$W_1 = C_1 \frac{2 \pi n_1}{60} = 321 \frac{2 \pi 600}{60} = 20169 \text{ W} = 20 \text{ kW}$$

Soluzione Esercizio 7

In base ai dati del problema, calcolo la coppia motrice:

$$C_1 = \frac{60 W_1}{2 \pi n_1} = \frac{60 3000}{2 \pi 600} = 47,7 \text{ Nm}$$

Ipotizzando il numero di denti della ruota motrice $z_1 = 21$, il coefficiente che dipende dalla larghezza del dente $\lambda = 9$ e ruote in bronzo con carico di sicurezza dinamico $k = 40 \text{ N/mm}^2$ (vedi tabella a pagina 98), Posso ora calcolare il **modulo medio della coppia di ruote dentate**:

$$m_m = \sqrt[3]{\frac{104 C_1}{\pi^2 z_1 \lambda k}} = \sqrt[3]{\frac{104 47700}{\pi^2 21 9 30}} = 4,5 \text{ mm}$$

Calcolo il rapporto di trasmissione:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{600}{360} = 1,66$$

Dato che gli alberi sono perpendicolari tra loro, calcolo l'angolo di semiapertura del cono della ruota motrice (γ_1):

$$\gamma_1 = \arctan \frac{1}{i} = \arctan \frac{1}{1,66} = 31^\circ$$

Posso ora calcolare il modulo effettivo (m):

$$m = m_m \frac{z_1 + \lambda \sin \gamma_1}{z_1} = 4,5 \frac{21 + 9 \sin 31^\circ}{21} = 5,5$$

Calcolo il **diametro primitivo della ruota motrice**:

$$d_{p1} = m z_1 = 5,5 21 = 116 \text{ mm}$$

Calcolare il numero di denti della ruota condotta $z_2 = i z_1 = 1,66 \cdot 21 = 35$

Quindi calcolo il **diametro primitivo della ruota condotta**:

$$d_{p2} = m z_2 = 5,5 \cdot 35 = 192 \text{ mm}$$

Calcolare la **velocità periferica**:

$$V_p = \frac{\pi d_{p1} n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 0,116 \cdot 600}{60} = 3,6 \text{ m/s}$$

Soluzione Esercizio 8

In base ai dati del problema, conoscendo il rapporto di trasmissione e sapendo che gli alberi distano tra loro $a = 150 \text{ mm}$, posso scrivere:

$$\frac{d_{p1}}{2} + \frac{d_{p2}}{2} = 150 \quad e \quad \frac{d_{p2}}{d_{p1}} = 0,667 \quad \text{ottengo} \quad \frac{d_{p2}}{2} = \frac{150 \cdot 0,667}{1 + 0,667} = 60 \text{ mm}$$

Quindi:

$$\frac{d_{p1}}{2} = a - \frac{d_{p2}}{2} = 150 - 60 = 90 \text{ mm}$$

Calcolo il numero di denti della ruota motrice:

$$z_1 = \frac{d_{p1}}{m} = \frac{180}{3} = 60$$

Calcolo il numero di denti della ruota condotta:

$$z_2 = \frac{d_{p2}}{m} = \frac{120}{3} = 40$$

Ipotizzando un coefficiente di attrito radente $f = 0,16$ posso ora calcolare il **rendimento** della coppia di ruote dentate:

$$\eta = \frac{1}{1 + f \pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)} = \frac{1}{1 + 0,16 \pi \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{40} \right)} = 0,979$$

Soluzione Esercizio 9

In base ai dati del problema, ipotizzo angolo di inclinazione della dentatura $\alpha = 25^\circ$ e numero di denti della ruota motrice $z_1 = 18$.

Calcolo la coppia motrice:

$$C_1 = \frac{60 W_1}{2 \pi n_1} = \frac{60 \cdot 58800}{2 \pi \cdot 1000} = 561 \text{ Nm}$$

Ipotizzando il coefficiente che dipende dalla larghezza del dente $\lambda = 7$ e ruote in vanadio con carico di sicurezza dinamico $k = 60 \text{ N/mm}^2$ (vedi tabella a pagina 98), Posso ora calcolare il **modulo frontale della coppia di ruote dentate**:

$$m_f = \sqrt[3]{\frac{104\,561\,000}{7\pi^2 \cdot 18 \cdot 60 \cos^2 25^\circ}} = 9,83 \text{ mm}$$

Quindi calcolo il **diametro primitivo della ruota motrice**:

$$d_{p1} = m_f z_1 = 9,83 \cdot 18 = 177 \text{ mm}$$

Calcolare la **velocità periferica**:

$$V_p = \frac{\pi d_{p1} n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 177 \cdot 1000}{60} = 9,3 \text{ m/s}$$

Soluzione Esercizio 10

In base ai dati del problema, calcolo il rapporto di trasmissione:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{70}{14} = 5$$

Ipotesizzo il diametro del verricello $d = 300 \text{ mm}$ e dalla relazione:

$$Q r = C_1 \frac{r_{p2}}{r_{p1}} = C_1 i$$

Posso ricavare il **carico massimo** che può sollevare il verricello:

$$Q = \frac{C_1 i}{r} = \frac{60 \cdot 5}{0,15} = 2000 \text{ N}$$

Ipotesizzando il coefficiente che dipende dalla larghezza del dente $\lambda = 12$ e ruote in bronzo con carico di sicurezza dinamico $k = 30 \text{ N/mm}^2$ (vedi tabella a pagina 98), Posso ora calcolare il **modulo della coppia di ruote dentate**:

$$m = \sqrt[3]{\frac{104 C_1}{\pi^2 z_1 \lambda k}} = \sqrt[3]{\frac{104 \cdot 60000}{\pi^2 \cdot 14 \cdot 12 \cdot 30}} = 5 \text{ mm}$$

Calcolo il diametro primitivo della ruota motrice:

$$d_{p1} = m z_1 = 5 \cdot 14 = 70 \text{ mm}$$

Calcolo il diametro primitivo della ruota condotta:

$$d_{p2} = m z_2 = 5 \cdot 70 = 350 \text{ mm}$$

Ora posso calcolare il **interasse fra le due ruote**:

$$a = \frac{d_{p1}}{2} + \frac{d_{p2}}{2} = \frac{70}{2} + \frac{350}{2} = 210 \text{ mm}$$