Capitolo 7

DINAMICA DEL PUNTO

SOLUZIONI ESECIZI PROPOSTI Pagina 138 - 143

Esercizio 1

Soluzione
Applico la seconda legge della dinamica F = m · a = 800 · 2 = 1600 N

==

Esercizio 2

Soluzione
Dalla seconda legge della dinamica F = m a
Ricavo l'accelerazione a = F/m = 200/15 = 13,33 m/s^2 il corpo si muove di moto uniformemente accelerato con partenza da fermo.
Quindi la velocità raggiunta dal corpo v = a · t = 13,33 · 30 = 400 m/s

==

Esercizio 3

Soluzione
velocità v = 54 km/h = 15 m/s
Dalla formula della velocità nel moto uniformemente accelerato, con partenza da fermo, v = a t ricavo l'accelerazione a = v / t = 15 / 50 = 0,3 m/s^2
Dalla seconda legge della dinamica F = m a
Ricavo la massa del mezzo m = F / a = 180 / 0,3 = 600 kg

==

Esercizio 4

Soluzione
Velocità = 72 km/h = 20 m/s
Si tratta di moto circolare uniforme, quindi calcolo l'accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{V^2}{r} = \frac{20^2}{90} = 4{,}44\ m/s^2$$

Quindi la forza centrifuga $F_c = m\, a_c = 820 \cdot 4{,}44444 = 3644$ N

Momento che tende a ribaltare il veicolo $M = F_c\, b = 3644 \cdot 0{,}8 = 2915$ Nm

==

Esercizio 5

Soluzione
Calcolo il peso del corpo F_P = m g = 80 · 9,81 = 784,8 N
Dato che il lavoro è dato dal prodotto della forza per lo spostamento
L = F_P h = 784,8 ·10 = 7848 J

==

Esercizio 6

Soluzione
Calcolo lo spostamento del punto s = 2 π r = 2 π 1,1 = 6,91 m
Dato che il lavoro è dato dal prodotto della forza per lo spostamento
L = F s = 15 6,91 = 103,6 J

==

Esercizio 7 (vedi figura 20)

Soluzione
Applico il teorema dell'energia cinetica in base al quale il lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica.

$L = \frac{1}{2}\, m\, V^2$ $\quad$ $Q\, h = \frac{1}{2}\, m\, V^2$ $\quad$ $m\, g\, h = \frac{1}{2}\, m\, V^2$ si semplifica la massa e posso

ricavare la velocità raggiunta dal punto $V = \sqrt{2\, g\, h} = \sqrt{2\ \ 9{,}81\ \ 7} = 11{,}72\ m/s$

==

Esercizio 8 (vedi figura 21)

Soluzione
Si scompone la forza peso Q nelle sue componenti Qx e Qy. Nei nostri calcoli, poiché trascuriamo l'attrito, ci interessa solo Qx
Qx= Q sinα= m g sinα

$$F_i = -m\ g\ sin\alpha$$

$$m \cdot a = -m\ g\ sin\alpha$$

Semplificando m

$$a = -g\ sin\alpha = -4{,}905\ m/s^2$$

Poiché si tratta di un moto rettilineo decelerato:

$$t = \frac{v_0}{a} = 2\ s$$

$$s = v_o t - \frac{1}{2} a t^2 = 10 \cdot 2 - \frac{1}{2} 4{,}905 \cdot 4 = 10.19\ m$$

Quindi

$$s' = s \cdot \sin\alpha = 5{,}095\ m$$

==

Esercizio 9 (vedi figura 22)

Soluzione
Calcolo la velocità v_0 appena sufficiente a mantenere teso il filo nella posizione più alta A.
Perché ciò sia possibile nel punto A la forza centrifuga F_C deve essere uguale al peso Q

$F_C = Q$ $\quad m\,\frac{V_0^2}{r} = m\,g$ $\quad$ si semplifica la massa e ricavo $V_0 = \sqrt{r\,g} = \sqrt{0{,}7\ 9{,}81} = 2{,}62\ m/s$

Applico il teorema dell'energia cinetica in base al quale il lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica

$$L = \frac{1}{2}\,m\,V^2 - \frac{1}{2}\,m\,V_0^2 \qquad Q\,2\,l = \frac{1}{2}\,m\,V^2 - \frac{1}{2}\,m\,V_0^2 \qquad m\,g\,2\,l = \frac{1}{2}\,m\,V^2 - \frac{1}{2}\,m\,V_0^2$$

si semplifica la massa e posso ricavare la velocità raggiunta nel punto B

$$V = \sqrt{4\,g\,l + V_0^2} = \sqrt{4\ \ 9{,}81\ \ 0{,}7 + 2{,}62^2} = 5{,}86\ m/s$$

==

Esercizio 10 (vedi figura 23)

Soluzione
La molla segue la legge di proporzionalità F = K s

Quindi posso calcolare la costante elastica della molla K = F / s = 300 / 15 = 20 N/mm
Per la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}Ks^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

Da cui si ricava la velocità:

$$v = \sqrt{\frac{Ks^2}{m}} = \sqrt{\frac{20000 \cdot 0{,}015^2}{5}} = 0{,}949\ m/s$$

==

Esercizio 11

Soluzione
Ascensore di Einstein
Calcolo il peso della persona Q = m g = 60 9,81 = 588,6 N

Durante la fase iniziale del moto l'ascensore accelera verso l'alto con a = 2 m/s^2 quindi la forza esercitata sul pavimento risulta F = Q + m a = 588,6 + 60 2 = 709 N

Durante la salita con moto uniforme la forza esercitata sul pavimento risulta F = Q = 589 N

Durante la fase di arresto l'ascensore decelera verso con a = - 2 m/s^2 quindi la forza esercitata sul pavimento risulta F = Q - m a = 589 - 60 2 = 469 N

==

Esercizio 12

Soluzione
Carico Q = 20 tonnellate = 196200 N
Velocità = 9 m/min = 0,15 m/s

Potenza $P = \frac{Lavoro}{tempo} = Forza\ Velocità = 196200\ \ 0{,}15 = 29430\ W = 29{,}43\ kW$

==

Esercizio 13 (vedi figura 24)

Soluzione
Peso cabina in salita $Q_S = m_S\ g$ = 1900 9,81 = 18639 N
Peso cabina in discesa $Q_D = m_D\ g$ = 700 9,81 = 6867 N
Velocità cabine v = 7,5 m/s

Pendenza linea 60%, angolo α = tg^{-1} 0,6 = 31°

Potenza in salita $P_S = Q_{Sx}\ v$ = 18639 sin 31°· 7,5 = 71998 W

Potenza in discesa $P_D = Q_{Dx}\ v$ = 6867 sin 31°· 7,5 = c W

P= P_S - P_D=71998-71998= 45472 W

==

Esercizio 14

Soluzione
Massa del furgone m = Q / g = 40000 / 9,81 = 4077 kg
Velocità v_0 = 65 km/h = 18 m/s

Applico il teorema dell'energia cinetica in base al quale il lavoro della forza frenante è uguale alla variazione di energia cinetica

$$L = \frac{1}{2}\ m\ V^2 - \frac{1}{2}\ m\ V_0^2$$

Dato che il furgone si arresta la velocità finale v = 0 e lo spazio di arresto s = 100 m

Quindi $F\ s = -\frac{1}{2}\ m\ V_0^2$ da cui ricavo la forza frenante

$$F = -\frac{m\ V_0^2}{2\ s} = -\frac{4077\ \ 18^2}{2\ \ 100} = -6605\ N$$

Oppure ricavo a dall'equazione del moto rettilineo uniformemente decelerato:

$$a = \frac{V_0^2}{2 \cdot s} = 1{,}62 \frac{m}{s^2}$$

Di conseguenza la forza frenante sarà:

$$F = m\, a = 6605\ N$$

Applico il teorema della quantità di moto in base al quale l'impulso della forza frenante è uguale alla variazione di quantità di moto

$$F\, t = m\, V - mV_0$$

Quindi $F\, t = -mV_0$ da cui ricavo il tempo di arresto

$$t = -\frac{m\, V_0}{F} = -\frac{4077\ \ 18}{-\ 6605} = 11\ s$$

==

Esercizio 15 (vedi figura 25)

Soluzione
Il lavoro è dato dal prodotto della forza per lo spostamento, e in questo caso la forza che sposta la cassa è $F_x = F \cos \alpha$

$L = F_x\, s = F \cos \alpha\, s$ da cui ricavo l'angolo $\alpha = arccos \frac{L}{F\, s} = \arccos \frac{6000}{200\ \ 100} = 72{,}54°$

==

Esercizio 16

Soluzione
Velocità iniziale v_0 = 70 km/h = 19,4 m/s
Velocità finale v = 132 km/h = 36,6 m/s

Applico il teorema dell'energia cinetica in base al quale il lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica

$$L = \frac{1}{2}\, m\, V^2 - \frac{1}{2}\, m\, V_0^2 = \frac{1}{2}\ 1000\ 36{,}6^2 - \frac{1}{2}\ 1000\ 19{,}4^2 = 481600\, J = 481{,}6\ kJ$$

Applico il teorema della quantità di moto in base al quale l'impulso della forza è uguale alla variazione di quantità di moto

$$F\, t = m\, V - mV_0$$

Da cui ricavo la forza necessaria

$$F = \frac{m\, V - m\, V_0}{t} = \frac{1000\ \ 36{,}6 - 1000\ 19{,}4}{5} = 3440\ N$$

Oppure

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{36{,}6 - 19{,}4}{5} = 3{,}44 m/s^2$$

Ricavo quindi lo spazio

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 19{,}4 \cdot 5 + \frac{1}{2} 3{,}44 \cdot 25 = 140\ m$$

Infine, ricavo la forza necessaria come

$$F = \frac{L}{s} = 3440\ \text{N}$$

===

Esercizio 17

Soluzione
Massa dell'oggetto m = Q / g = 100 / 9,81 = 10,2 kg
L'oggetto percorre in caduta un'altezza h = 13 m

Velocità raggiunta dall'oggetto in caduta $V = \sqrt{2\ g\ h} = \sqrt{2\ \ 9{,}81\ \ 13} = 15{,}97\ m/s$

Energia cinetica $Ec = \frac{1}{2}\ m\ V^2 = \frac{1}{2}\ 10{,}2\ \ 15{,}97^2 = 1300\ J$

===

Esercizio 18

Soluzione
Peso del carico Q = m g = 100 9,81 = 981 N

Potenza = Forza x Velocità = 981 0,7 = 687 W

Potenza = Lavoro / tempo, da cui ricavo il tempo $t = \frac{L}{P} = \frac{800}{687} = 1{,}16\ s$

===

Esercizio 19

Soluzione
Velocità iniziale v_0 = 5 km/h = 1,39 m/s
Velocità finale v = 25 km/h = 6,94 m/s
Peso totale ciclista più bicicletta Q = 700 + 70 = 770 N
Massa m = Q / g = 770 / 9,81 = 78,49 kg

Applico il teorema dell'energia cinetica in base al quale il lavoro (energia) è uguale alla variazione di energia cinetica

$$L = \frac{1}{2}\ m\ V^2 - \frac{1}{2}\ m\ V_0^2 = \frac{1}{2}\ 78{,}49\ \ 6{,}94^2 - \frac{1}{2}\ 78{,}49\ \ 1{,}39^2 = 1814\ \ J$$

===

Esercizio 20

Soluzione
Velocità iniziale v_0 = 10 m/s
Velocità finale v = 0
Peso del corpo Q = m g = 1 9,81 = 9,81 N

Nel tratto inclinato il corpo rallenta fino a fermarsi sotto l'azione della forza frenante

F = - Q sen θ = 9,81 sen 30° =- 4,9 N

Applico il teorema dell'energia cinetica $F\,s = 0 - \frac{1}{2}\,m\,V_0^2$ da cui ricavo lo spazio

$$s = \frac{-\,m\,V_0^2}{2\,F} = \frac{-\,1\;\;10^2}{-\,2\;\;4{,}9} = 10{,}2\,m$$

Dato che il corpo copre una distanza in orizzontale d = 1 m, la distanza totale percorsa sarà 11,2 m

Nel tratto orizzontale si muove di moto rettilineo uniforme quindi il tempo

t_{or} = d / v_0 = 1 / 10 = 0,1 s

Nel tratto sul piano inclinato si muove di moto rettilineo uniformemente decelerato quindi il tempo

$$t_s = \frac{V_0}{g\;sen\;\theta} = \frac{10}{9{,}81\;sen\;30°} = 2{,}04\;s$$

Quindi il corpo si ferma dopo un tempo t = t_{or} + t_s = 0,1 + 2,04 = 2,14 s

==

Esercizio 21 (vedi figura 26)

Soluzione
Per non cadere nel punto D la forza centrifuga deve essere uguale al peso del corpo

$Fc = Q$ $\qquad m\,\frac{V^2}{R} = m\,g$ $\qquad$ semplifico la massa e ricavo $V^2 = R\,g$

Nel punto A il carrello parte da fermo v_0 = 0, deve scendere da un'altezza h e risalire ad un'altezza uguale a 2R
Applico il teorema di conservazione dell'energia tra listante iniziale in A e finale in D
$mgh = \frac{1}{2}\,m\,V^2 + mg\;2R$ $\qquad$ semplifico m e g e sapendo che $V^2 = R\,g$

$$h = \frac{1}{2}\;R +\;2R$$

l'altezza da cui partire per essere sicuri di non cadere è:

$$h = \frac{5}{2}\;R$$

==

Esercizio 22

Soluzione

Calcolo la velocità angolare del tamburo $\omega = \frac{2\,\pi\,n}{60} = \frac{2\,\pi\,35}{60} = 3{,}6\,rad/s$

Raggio del tamburo r = 0,5 / 2 = 0,25 m

Calcolo la velocità con cui viene sollevato il carico v = ω r = 3,6 0,25 = 0,9 m/s

Potenza P = Q v = 4500 0,9 = 4050 W

==

Esercizio 23

Soluzione

Velocità ragazzo v_1 = 15 km/h = 4,16 m/s

Velocità carrellino v_2= 0

Massa ragazzo m_1 = 65 kg

Massa carrellino m_2 = 120 kg

Quando il ragazzo salta sul carro non vi sono altre forze esterne agenti; quindi la quantità di moto totale si conserva; poiché dopo il salto carro e ragazzo hanno la stessa velocità, deve valere:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)V$$

ricavo la velocità acquisita dal carrellino

$$V = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 14{,}46\,m/s$$

==

Esercizio 24

Soluzione

Velocità del carro con uomo a bordo v = 25 km/h = 6,94 m/s

Massa uomo m_u = 75 kg

Massa carro m_c = 500 kg

Velocità uomo v_u = 16 km/h = 4,44 m/s

Quantità di moto carro con uomo a bordo q_{uc} = (m_u + m_c) v = (75 + 500) 6,94 = 3990 N s

Quantità di moto uomo q_u = m_u v_u = 75 4,44 = 333 N s

Dopo che l'uomo è sceso dal carro la quantità di moto risulta

q = q_{uc} – q_u = 3990 – 333 = 3657 N s

Dalla formula q = m_c v_1 ricavo la nuova velocità del carro

$v_1 = q / m_c$ = 3657 / 500 = 7,31 m/s = 26 km/h

==

Esercizio 25

Soluzione
Massa vagone 1……….. m_1 = 32000 kg
Velocità vagone 1………. v_1 = 1,5 m/s

Massa vagone 2……….. m_2 = 24000 kg
Velocità vagone 2………. v_2 = 0,9 m/s

Applico la formula dell'urto anelastico per calcolare la velocità dei due vagoni dopo l'urto

$$V = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} = \frac{32000\ \ 1{,}5\ + 24000\ \ 0{,}9}{32000 + 24000} = 1{,}2\ m/s$$

==

Esercizio 26 (vedi figura 27)

Soluzione
Massa corpo A……….. m_A = 2 kg
Massa corpo B……….. m_B = 0,5 kg
Velocità corpo B prima dell'urto v_{B0} = 0
Velocità corpo A prima dell'urto v_{A0}=0
Velocità dei c A +B dopo l' B '=15 m/s

Applico la formula dell'urto anelastico per calcolare la velocità della massa A prima dell'urto

$$v_A = \frac{m_A + m_B}{m_A} V = \frac{2 + 0{,}5}{2} 15 = 18{,}75\ m/s$$

Ipotizzando che la molla trasferisca completamente la sua energia potenziale elastica al corpo di massa m_A:

$$\frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2$$

la compressione della molla:

$$x = \sqrt{\frac{m_A v_A^2}{k}} = 1\ m$$

Possiamo allora impostare la conservazione dell'energia meccanica generalizzata:

$$(m_A + m_B) g 2R + \frac{1}{2}(m_A + m_B) v_c^2 = \frac{1}{2}(m_A + m_B) V^2$$

Semplificando il valore delle masse, si ricava la velocità del blocco A+B alla sommità della guida circolare

$$v_c = \sqrt{V^2 - 4gR} = 10{,}73\ m/s$$

==

Esercizio 27 (vedi figura 28)

Soluzione
Massa corpo A……….. m_A = 12 kg
Massa corpo B……….. m_B = 25 kg
Velocità corpo B prima dell'urto v_B = 0

Applico il principio di conservazione dell'energia, definendo V la velocità dei corpi (m_A+m_B) prima che la molla si comprima:

$$\frac{1}{2}(m_A + m_B)V^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

Per cui V vale:

$$V = \sqrt{\frac{kx^2}{m_A + m_B}} = 2{,}64\, m/s$$

Poiché l'urto è anelastico:

$$m_A\, V_A + \; m_B V_B = (m_A + \; m_B)V$$

$$V_A = \frac{m_A \; + \; m_B}{m_A} V = 8{,}14\, m/s$$

==

Esercizio 28 (vedi figura 29)

Soluzione
Massa corpo A……….. m_A = 6 kg
Velocità corpo B prima dell'urto v_B = 0

Applico la formula dell'urto elastico per calcolare la velocità dei due corpi dopo l'urto

$$V_A = \frac{(m_A - m_B)v_A + 2\, m_B v_B}{m_A + m_B} = \frac{(6 - \; m_B)v_A}{6 + m_B}$$

$$V_B = \frac{(m_B - m_A)v_B + 2\, m_A v_A}{m_A + m_B} = \frac{12\; v_A}{6 + m_B}$$

Velocità finale di B dopo l'urto V_B = 4 V_A

Quindi $\frac{12\, v_A}{6+m_B} = 4\, \frac{(6- \, m_B)v_A}{6+m_B}$ semplificando ottengo $12 = 4\,(6 - m_B)$

Da cui ricavo la massa del corpo B………… m_B = 3 kg

==

Esercizio 29

Soluzione
Massa automobile……….. m = 1500 kg
Velocità iniziale automobile v_0 = 15 m/s
Velocità finale automobile v = - 2,6 m/s

Applico il teorema della quantità di moto in base al quale l'impulso della forza è uguale alla variazione di quantità di moto

$$F\,t = m\,V - mV_0$$

Impulso I = 1500 (15 –(-2,6)) = 26400 N s

Da cui ricavo la forza media esercitata sull'auto

F = I / t = 26400 / 0,15 = 176000 N = 176 kN

===

Esercizio 30

Soluzione
Massa uomo m_u = 70 kg
Massa bambino m_b = 35 kg
Velocità iniziale = 0
Velocità finale uomo v_u = 0,3 m/s

Applico il teorema della quantità di moto in base al quale l'impulso della forza è uguale alla variazione di quantità di moto

$$F\,t = m\,V - mV_0$$

Impulso uomo I = m_u v_u = 70 0,3 = 21 N s

Il bambino riceve lo stesso impulso per cui si allontana con v_b = I / m_b = 21 / 35 = 0,6 m/s

Dopo un tempo t = 5 s l'uomo si è allontanato di uno spazio S_u = v_u t = 0,3 5 = 1,5 m

Nello stesso tempo il bambino si è allontanato di uno spazio S_b = v_b t = 0,6 5 = 3 m

Quindi si troveranno ad una distanza d = S_u + S_b = 1,5 + 3 = 4,5 m

===

Elisa e Maurizio