

Capitolo 5

CINEMATICA DEL PUNTO

SOLUZIONI ESERCIZI PROPOSTI Pagina 103 - 106

Esercizi a soluzione rapida

1	Trasformare la velocità di 20 m/s in km/h Moltiplico per 3,6 quindi $20 \cdot 3,6 = 72 \text{ km/h}$	72 km/h
2	Trasformare la velocità di 90 km/h in m/s Divido per 3,6 quindi $90 / 3,6 = 25 \text{ m/s}$	25 m/s
3	Un ciclista percorre un tratto di strada rettilineo lungo 27 km in un'ora e mezza. Supponendo il moto uniforme, calcolare la velocità in m/s. Dalla formula del moto rettilineo uniforme $S = V t$ calcolo la velocità $V = S / t$ quindi $V = 27 / 1,5 = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$	5 m/s
4	Un oggetto cade nel vuoto da un'altezza di 200m, calcolare il tempo impiegato per arrivare a terra. Dalla formula del moto rettilineo uniformemente accelerato (caduta dei gravi nel vuoto) $h = \frac{1}{2} g t^2$ ricavo il tempo $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200}{9,81}} = 6,4 \text{ s}$	6,4 s
5	Un'automobile viaggia alla velocità di 30 m/s, che spazio percorre in 50 secondi? Dalla formula del moto rettilineo uniforme $S = V t = 30 \cdot 50 = 1500 \text{ m} = 1,5 \text{ km}$	1,5 km
6	Determinare l'accelerazione centripeta di una cinghia avvolta su di una puleggia di diametro 160 mm che compie 600 giri/min. Calcolo la velocità angolare $\omega = \frac{2 \pi n}{60} = \frac{2 \pi \cdot 600}{60} = 62,8 \text{ rad/s}$ Calcolo il raggio $r = 160 / 2 = 80 \text{ mm} = 0,08 \text{ m}$ Quindi calcolo l'accelerazione centripeta $a_c = \omega^2 r = 62,8^2 \cdot 0,08 = 316 \text{ m/s}^2$	316 m/s ²
7	Un aeroplano parte da fermo e accelera sulla pista coprendo 600 m in 12 s. Calcolare la sua accelerazione. Dalla formula del moto rettilineo uniformemente accelerato con partenza da fermo $S = \frac{1}{2} a t^2$ calcolo l'accelerazione $a = \frac{2 S}{t^2} = \frac{2 \cdot 600}{12^2} = 8,33 \text{ m/s}^2$	8,33 m/s ²
8	Un sacco di zavorra è staccato da una mongolfiera mentre sta salendo con una velocità di 2 m/s. Se il sacco tocca il suolo esattamente 10 s dopo il momento del distacco, calcolare l'altezza dal suolo della mongolfiera.	470 m

	<p>Dalla formula del moto rettilineo uniformemente accelerato (caduta dei gravi nel vuoto) con partenza non da fermo:</p> $h = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = -2 \cdot 10 + (1/2) \cdot 9,81 \cdot 10^2 = 470 \text{ m}$	
9	<p>La Luna compie un'orbita circolare di raggio $3,8 \times 10^8 \text{ m}$ attorno alla Terra in circa 28 giorni; calcolare la sua accelerazione centripeta vale</p> <p>Trasformo 28 giorni in secondi $28 \cdot 24 \cdot 3600 = 2,42 \cdot 10^6$ secondi</p> <p>Calcolo la velocità orbitale $V = \frac{2 \pi r}{t} = \frac{2 \pi \cdot 3,8 \cdot 10^8}{2,42 \cdot 10^6} = 987 \text{ m/s}$</p> <p>Quindi calcolo l'accelerazione centripeta $a_c = \frac{V^2}{r} = \frac{987^2}{3,8 \cdot 10^8} = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$</p>	$2,56 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$
10	<p>Un satellite percorre un'orbita circolare intorno alla Terra (di raggio pari a 12000 km) in 3 ore e 50'. Calcolare la sua velocità angolare.</p> <p>Tempo 3 ore e 50' = 3,83 ore</p> <p>Calcolo la velocità orbitale $V = \frac{2 \pi r}{t} = \frac{2 \pi \cdot 12000}{3,83} = 19686 \text{ km/h}$</p> <p>Quindi calcolo la sua velocità angolare $\omega = \frac{V}{r} = \frac{19686}{12000} = 1,6 \text{ rad/h}$</p>	1,6 rad/h

Esercizio 1

Soluzione

Applico la formula del moto rettilineo uniforme $s = v t$ ad entrambi i ciclisti

Primo ciclista $v_1 = 50 \text{ km/h} = 13,89 \text{ m/s}$ quindi per percorrere 10 km $t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{10000}{13,89} = 720 \text{ s}$

Secondo ciclista $v_2 = 30 \text{ km/h} = 8,33 \text{ m/s}$ quindi per percorrere 10 km $t_2 = \frac{s}{v_2} = \frac{10000}{8,33} = 1200 \text{ s}$

Il primo ciclista può partire con un ritardo di $t_2 - t_1 = 1200 - 720 = 480 \text{ s} = 8 \text{ minuti}$

Esercizio 2

Soluzione

Automobile $v_1 = 120 \text{ km/h} = 33,33 \text{ m/s}$ Camion $v_2 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$

Se il Camion fosse fermo l'automobile per superarlo avrebbe bisogno di uno spazio $s = 4 + 10 + 11 = 25 \text{ m}$ considero la differenza di velocità $v_1 - v_2 = 33,33 - 25 = 8,33 \text{ m/s}$

Quindi il tempo del sorpasso è $t = \frac{s}{v_1 - v_2} = \frac{25}{8,33} = 3 \text{ s}$

Esercizio 3

Soluzione

La lancetta delle ore percorre un giro completo (2π) radianti in 12 ora = $12 \times 3600 = 43200$ secondi

Quindi la **velocità angolare** risulta $\omega = \frac{2\pi}{43200} = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$

=====

Esercizio 4

Soluzione

Dato che i veicoli si muovono uno incontro all'altro dovrò considerare la somma degli spazi percorsi dai due veicoli sarà uguale a 600m

$$v_1 t + v_2 t = 600$$

Quindi il tempo impiegato per incontrarsi è $t = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{600}{13} = 46 \text{ s}$

Il punto di incontro dalla posizione del primo veicolo $s_1 = v_1 t = 5 \times 46 = 231 \text{ m}$

=====

Esercizio 5

Soluzione

Il ciclista impiega per arrivare al traguardo un tempo $t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{20}{36} = 0,55 \text{ h} = 33,33 \text{ minuti}$

Il gruppo per raggiungere il fuggitivo sul traguardo dovrà impiegare un tempo $t_2 = 32,33 \text{ minuti} = 0,539 \text{ h}$

Quindi il **gruppo dovrà procedere alla velocità** $V_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{20}{0,539} = 37,1 \text{ km/h}$

=====

Esercizio 6 (vedi figura 22)

Soluzione

Automobile 1 $v_1 = 80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}$

Automobile 2 $v_2 = 70 \text{ km/h} = 19,44 \text{ m/s}$

Automobile 3 $v_3 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$

Se l'automobile 2 fosse ferma l'automobile 1 per superarla in sicurezza avrebbe bisogno di uno spazio $2s_{02} = 22 + 22 = 44 \text{ m}$ (vedi figura 22)

Considero la differenza di velocità $v_1 - v_2 = 22,22 - 19,44 = 2,78 \text{ m/s}$

Quindi il tempo del sorpasso è $t = \frac{2s_{02}}{v_1 - v_2} = \frac{44}{2,78} = 15,83 \text{ s}$

L'automobile 1 quindi per il sorpasso percorre una distanza $s = v_1 t = 22,22 \cdot 15,83 = 352 \text{ m}$

L'automobile 3 nello stesso tempo percorre uno spazio $s_3 = v_3 t = 25 \cdot 15,83 = 396 \text{ m}$

Quindi la distanza minima S_{03} necessaria per completare in sicurezza la manovra

$$s_{03} = s + s_3 = 352 + 396 = 748 \text{ m}$$

Esercizio 7

Soluzione

Si tratta di moto circolare uniforme:

Calcolo lo spazio percorso dal punto in 3 giri $s = 2 \pi \cdot r \cdot n = 2 \pi \cdot 2 \cdot 3 = 37,6 \text{ m}$

La **velocità** risulta quindi $v = s / t = 37,6 / 10 = 3,76 \text{ m/s}$

L'**accelerazione centripeta** $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{3,76^2}{2} = 7,06 \text{ m/s}^2$

Esercizio 8

Soluzione

Si tratta di moto circolare uniforme:

La **velocità angolare** del punto è $\omega = \frac{v}{r} = \frac{3,76}{2} = 1,88 \text{ rad/s}$

Esercizio 9

Soluzione

Si tratta di moto circolare uniforme:

Velocità dell'aereo $V = 936 \text{ km/h} = 260 \text{ m/s}$

Accelerazione centripeta $a_n = 6g = 6 \cdot 9,81 = 58,86 \text{ m/s}^2$

Dalla formula $a_n = \frac{v^2}{r}$ ricavo il **raggio della virata** $r = \frac{v^2}{a_n} = \frac{260^2}{58,86} = 1148 \text{ m} = 1,15 \text{ km}$

Esercizio 10

Soluzione

Velocità dell'aereo $V = 680 \text{ km/h} = 188,88 \text{ m/s}$

Accelerazione centripeta $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{188,88^2}{606} = 58,88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6g$

Esercizio 11

Soluzione

Si tratta di moto rettilineo uniformemente accelerato, le equazioni sono le seguenti:

Spazio
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Velocità
$$v = v_0 + a t$$

Per tracciare i grafici imposto la seguente tabella conoscendo i dati

Accelerazione $a = 0,2 \text{ m/s}^2$; Velocità iniziale $v_0 = 2 \text{ m/s}$; Spazio iniziale $s_0 = 6\text{m}$; tempo da 0 a 10 secondi

t [s]	s [m]	v [m/s]
0	6	2
1	8,1	2,2
2	10,4	2,4
3	12,9	2,6
4	15,6	2,8
5	18,5	3,0
6	21,6	3,2
7	24,9	3,4
8	28,4	3,6
9	32,1	3,8
10	36,0	4,0

Posso quindi tracciare i grafici (s ; t) e (v ; t)

=====

Esercizio 12

Soluzione

Si tratta di moto rettilineo uniformemente decelerato, le equazioni sono le seguenti:

Spazio
$$s = s_0 + v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

Velocità
$$v = v_0 - a t$$

Per tracciare i grafici imposto la seguente tabella conoscendo i dati

Accelerazione $a = 0,2 \text{ m/s}^2$; Velocità iniziale $v_0 = 2 \text{ m/s}$; Spazio iniziale $s_0 = 6\text{m}$; tempo da 0 fino al tempo di arresto.

t [s]	s [m]	v [m/s]
0	6	2
1	7,9	1,8
2	9,6	1,6
3	11,1	1,4
4	12,4	1,2
5	13,5	1,0
6	14,4	0,8
7	15,1	0,6
8	15,6	0,4
9	15,9	0,2
10	16	0

Posso quindi tracciare i grafici (s ; t) e (v ; t) e come si può vedere dalla tabella il tempo di arresto vale 10 secondi.

Esercizio 13

$$[\varepsilon = 0,4 \text{ rad/s}^2]$$

Soluzione

Si tratta di moto circolare uniformemente accelerato

Calcolo la velocità angolare iniziale $\omega_0 = \frac{2\pi n_0}{60} = \frac{2\pi \cdot 200}{60} = 20,94 \text{ rad/s}$

Calcolo la velocità angolare finale $\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 250}{60} = 26,18 \text{ rad/s}$

Dalla formula $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ ricavo l'accelerazione angolare $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{26,18 - 20,94}{13} = 0,4 \text{ rad/s}^2$

Esercizio 14

Soluzione

$$d = 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$$

$$r = d/2 = 0,5 \text{ mm} = 0,0005 \text{ m}$$

Velocità massima

$$v_{max} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi \cdot r \cdot f = 2\pi \cdot 0,0005 \cdot 100 = 0,314 \frac{m}{s}$$

Accelerazione massima

$$a_{max} = \frac{v_{max}^2}{r} = \frac{0,314^2}{0,0005} = 197 \text{ m/s}^2$$

Esercizio 15

Soluzione

Moto oscillatorio armonico

Calcolo la velocità angolare $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = 3,14 \text{ rad/s}$ **Accelerazione** $a = -\omega^2 r \sin(\omega t + \alpha_0) = -3,14^2 \cdot 0,5 \sin\left(3,14 \cdot 2 + \frac{30^\circ}{57,3}\right) = -2,45 \text{ m/s}^2$ **Velocità** $v = \omega r \cos(\omega t + \alpha_0) = 3,14 \cdot 0,5 \cos\left(3,14 \cdot 2 + \frac{30^\circ}{57,3}\right) = 1,36 \text{ m/s}$ **Spazio** $s = r \sin(\omega t + \alpha_0) = 0,5 \sin\left(3,14 \cdot 2 + \frac{30^\circ}{57,3}\right) = 0,25 \text{ m}$

Esercizio 16

Soluzione

Questo moto può essere scomposto in due moti rettilinei, e precisamente:

- secondo l'asse x consideriamo un moto rettilineo orizzontale uniforme, con velocità ($v_{0x} = v_0 \cos \theta$);
- secondo l'asse y consideriamo un moto rettilineo uniformemente decelerato (corpo lanciato verso l'alto) con velocità iniziale ($v_{0y} = v_0 \sin \theta$), e successivamente moto rettilineo uniformemente accelerato (fase di caduta), l'accelerazione sarà $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Calcolo $V_{0x} = V_0 \cos \theta = 50 \cos 37^\circ = 39,93 \text{ m/s}$ $V_{0y} = V_0 \sin \theta = 50 \sin 37^\circ = 30,09 \text{ m/s}$ Le equazioni del moto sono, **lungo l'asse Y**;

- in salita la velocità diminuisce per effetto dell'accelerazione di gravità g negativa fino a diventare 0, quindi dalla formula

$$0 = V_{0y} - g t_s \quad \text{ricavo il tempo di salita} \quad t_s = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{30,09}{9,81} = 3,07 \text{ s}$$

- in caduta la velocità aumenta per effetto dell'accelerazione di gravità g positiva fino a diventare ancora $= V_{0y}$, quindi dalla formula

$$V_{0y} = 0 + g t_d \quad \text{ricavo il tempo di discesa} \quad t_d = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{30,09}{9,81} = 3,07 \text{ s}$$

Quindi **la palla cade a terra dopo un tempo** $t = t_s + t_d = 3,07 + 3,07 = 6,14 \text{ s}$ Contemporaneamente **lungo l'asse x** la palla compie un tragitto X (**gittata**) che ricavo con la seguente formula

$$X = V_{0x} t \quad \text{quindi} \quad X = 39,93 \cdot 6,14 = 245,2 \text{ m}$$

Esercizio 17

Soluzione

Esercizio simile al precedente, questo moto può essere scomposto in due moti rettilinei, e precisamente:

- **Lungo l'asse x** consideriamo un moto rettilineo orizzontale uniforme, con velocità $v = 990 \text{ km/h} = 275 \text{ m/s}$
- **Lungo l'asse y** consideriamo un moto rettilineo uniformemente accelerato, l'accelerazione sarà $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, in caduta da una quota $h = 3000 \text{ m}$

$$\text{Dalla formula } h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ricavo il tempo di caduta } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3000}{9,81}} = 24,73 \text{ s}$$

Contemporaneamente **lungo l'asse x** la **bomba tocca terra ad una distanza X** che ricavo con la seguente formula

$$X = v t \quad \text{quindi} \quad X = 275 \cdot 24,73 = 6801 \text{ m} = \mathbf{6,8 \text{ km}}$$

Esercizio 18

Soluzione

Velocità di decollo $V = 250 \text{ km/h} = 69,44 \text{ m/s}$

Considero un moto rettilineo uniformemente accelerato con partenza da fermo, quindi uso le formule

$$\text{Spazio} \quad s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\text{Velocità} \quad v = a t \quad \text{da cui ricavo il tempo } t = \frac{v}{a} \quad \text{che sostituisco nella prima equazione}$$

$$s = \frac{1}{2} a \frac{v^2}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a} \quad \text{da cui ricavo l'accelerazione } a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{s} = \frac{1}{2} \frac{69,44^2}{1800} = \mathbf{1,34 \text{ m/s}^2}$$

Esercizio 19

Soluzione

Esercizio simile al precedente

Considero un moto rettilineo uniformemente accelerato con partenza da fermo, quindi uso le formule

$$\text{Spazio} \quad s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\text{Velocità} \quad v = a t \quad \text{da cui ricavo il tempo } t = \frac{v}{a} \quad \text{che sostituisco nella prima equazione}$$

$$s = \frac{1}{2} a \frac{v^2}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a} \quad \text{da cui ricavo l'accelerazione } a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{s} = \frac{1}{2} \frac{180^2}{810} = \mathbf{20 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{Il tempo impiegato per decollare} \quad t = \frac{v}{a} = \frac{180}{20} = \mathbf{9 \text{ s}}$$

Esercizio 20

Soluzione

Velocità dell'aereo $V_a = 110$ m/s

Velocità del vento $V_w = 80$ km/h = 22,22 m/s

Tra la rotta verso Est e la direzione del vento da Nord ci sono 90° quindi faccio la somma vettoriale per ricavare la **velocità che deve assumere l'aereo rispetto al terreno**

$$V_{GS} = \sqrt{V_a^2 + V_w^2} = \sqrt{110^2 + 22,22^2} = 112 \text{ m/s}$$

Angolo di inclinazione rispetto alla rotta $\theta = \arctan \frac{V_w}{V_a} = 11,42^\circ$

L'aereo quindi dovrà volare con prua $78,58^\circ$ per mantenere rotta 90°

=====
Elisa e Maurizio