





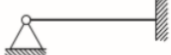



Capitolo 4

STATICA – CORPI VINCOLATI

SOLUZIONI ESERCIZI Pagina 84 - 86

Esercizio 1

			
Gradi di Vincolo: $1 + 1 = 2$ LABILE	Gradi di Vincolo: $2 + 2 + 2 = 6$ Tre volte IPERSTATICA	Gradi di Vincolo: $2 + 2 = 4$ Una volta IPERSTATICA	Gradi di Vincolo: $3 + 3 = 6$ Tre volte IPERSTATICA
			
Gradi di Vincolo: $1 + 1 + 1 = 3$ Ma i vincoli NON sono ben disposti LABILE	Gradi di Vincolo: $1 + 2 = 3$ ISOSTATICA	Gradi di Vincolo: $2 + 3 = 5$ Due volte IPERSTATICA	Gradi di Vincolo: $0 + 3 = 3$ ISOSTATICA

Soluzione

- Quando una struttura rimane in equilibrio con il numero minimo indispensabile di vincoli (tre nel piano) si dice **isostatica**.
- Se possiede invece un numero sovrabbondante di vincoli si dice **iperstatica** (e si dice una, due, tre, volte iperstatico a seconda che il numero di vincoli sovrabbondanti sia rispettivamente uno, due, tre).
- Una struttura si dice **labile** se il numero di vincoli è inferiore a quello strettamente necessario (minori di tre nel piano).

Inoltre, si può affermare che una struttura è isodeterminata, se sono soddisfatte le seguenti due condizioni:

1. Che la molteplicità dei vincoli sia pari al numero dei gradi di libertà della struttura (condizione necessaria);
2. Che i vincoli siano ben disposti, ovvero che siano cinematicamente efficaci (condizione sufficiente).

=====

Esercizio 2 (vedi figura 26)

Soluzione

Il vincolo in A è una cerniera che reagisce con R_{AX} e R_{AY} mentre il vincolo in B è un carrello che reagisce con R_{BY}

Ovviamente $R_{AX} = 0$ dato che non è presente nessuna forza lungo l'asse X

Mentre per calcolare R_{AY} e R_{BY} imposto un sistema di due equazioni in due incognite:

prima equazione,
sommatoria delle forze lungo l'asse Y = 0 (positive verso l'alto)

$$R_{AY} - 80 - 150 - 100 + R_{BY} = 0$$

seconda equazione,
momento rispetto al punto A = 0 (positivo in senso orario)

$$80 \cdot 1 + 150 \cdot 3 + 100 \cdot 5,5 - R_{BY} \cdot 9 = 0$$

Dalla seconda equazione ricavo $R_{BY} = \frac{80 \cdot 1 + 150 \cdot 3 + 100 \cdot 5,5}{9} = 120 \text{ N}$

La sostituisco nella prima e ricavo $R_{AY} = 80 + 150 + 100 - 120 = 210 \text{ N}$

=====

Esercizio 3 (vedi figura 27)

Soluzione

Il vincolo in A è una cerniera che reagisce con R_{AX} e R_{AY} mentre il vincolo in B è un carrello che reagisce con R_{BY}

Scompongo la forza da 250 N nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y
 $F_X = 250 \cos 45^\circ = 177 \text{ N}$ e $F_Y = 250 \sin 45^\circ = 177 \text{ N}$

Il carico uniformemente distribuito agisce su 6 m quindi $F = 50 \cdot 6 = 300 \text{ N}$

Per calcolare R_{AX} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse X = 0 (positive verso destra)

$$R_{AX} + F_X = 0 \quad \text{da cui } R_{AX} = -177 \text{ N}$$

Mentre per calcolare R_{AY} e R_{BY} imposto un sistema di due equazioni in due incognite:

prima equazione,
sommatoria delle forze lungo l'asse Y = 0 (positive verso l'alto)

$$R_{AY} - 177 - 1000 - 300 + R_{BY} = 0$$

seconda equazione,
momento rispetto al punto A = 0 (positivo in senso orario)

$$177 \cdot 4 + 1000 \cdot 8 + 300 \cdot 13 - R_{BY} \cdot 16 = 0$$

Dalla seconda equazione ricavo $R_{BY} = \frac{177 \cdot 4 + 1000 \cdot 8 + 300 \cdot 13}{16} = 788 \text{ N}$

La sostituisco nella prima e ricavo $R_{AY} = 177 + 1000 + 300 - 788 = 689 \text{ N}$

=====

Esercizio 4 (vedi figura 28)

Soluzione

Il vincolo in A è un incastro che reagisce con R_{AX} , R_{AY} , M_A

Scompongo la forza da 200 N nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y

$$F_X = 200 \cos 30^\circ = 173 \text{ N e } F_Y = 200 \sin 30^\circ = 100 \text{ N}$$

Il carico uniformemente distribuito agisce su 6 m quindi $F = 50 \cdot 6 = 300 \text{ N}$

Per calcolare R_{AX} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse X = 0 (positive verso destra)

$$R_{AX} + F_X = 0 \quad \text{da cui } R_{AX} = -173 \text{ N}$$

Per calcolare R_{AY} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse Y = 0 (positive verso l'alto)

$$R_{AY} - 100 - 1000 - 300 = 0$$

$$\text{Da cui ricavo } R_{AY} = 100 + 1000 + 300 = 1400 \text{ N}$$

Per calcolare M_A imposto una equazione di momento rispetto al punto A = 0 (positivo in senso orario)

$$M_A + 100 \cdot 4 + 1000 \cdot 8 + 300 \cdot 13 = 0$$

$$\text{Da cui ricavo } M_A = -100 \cdot 4 - 1000 \cdot 8 - 300 \cdot 13 = -12300 \text{ Nm}$$

=====

Esercizio 5 (vedi figura 29)

Soluzione

Il vincolo in A è un incastro che reagisce con R_{AX} , R_{AY} , M_A

Scompongo la forza da 200 N nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y

$$F_X = 200 \cos 30^\circ = 173 \text{ N e } F_Y = 200 \sin 30^\circ = 100 \text{ N}$$

Scompongo la forza da 1000 N nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y

$$F_X = 1000 \cos 60^\circ = 500 \text{ N e } F_Y = 1000 \sin 60^\circ = 866 \text{ N}$$

Scompongo la forza da 50 N nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y

$$F_X = 50 \cos 45^\circ = 35 \text{ N e } F_Y = 50 \sin 45^\circ = 35 \text{ N}$$

Per calcolare R_{AX} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse X = 0 (positive verso destra)

$$R_{AX} + 173 - 500 + 35 = 0 \quad \text{da cui } R_{AX} = 292 \text{ N}$$

Per calcolare R_{AY} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse Y = 0 (positive verso l'alto)

$$R_{AY} - 100 - 866 - 35 = 0$$

Da cui ricavo $R_{AY} = 100 + 866 + 35 = 1001 N$

Per calcolare M_A imposto una equazione di momento rispetto al punto A = 0 (positivo in senso orario)

$$M_A + 100 \cdot 5 + 866 \cdot 9 + 35 \cdot 17 = 0$$

Da cui ricavo $M_A = -100 \cdot 5 - 866 \cdot 9 - 35 \cdot 17 = -8889 Nm$

Esercizio 6 (vedi figura 30)

Soluzione

Il vincolo in A è una cerniera che reagisce con R_{AX} e R_{AY} mentre il vincolo in B è un carrello che reagisce con R_{BY}

Scompongo la forza da 250 N nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y
 $F_X = 250 \cos 45^\circ = 177 N$ e $F_Y = 250 \sin 45^\circ = 177 N$

Scompongo la forza da 100 N nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y
 $F_X = 100 \cos 30^\circ = 87 N$ e $F_Y = 100 \sin 30^\circ = 50 N$

Per calcolare R_{AX} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse X = 0 (positive verso destra)

$$R_{AX} + 177 - 87 = 0 \quad \text{da cui } R_{AX} = -90 N$$

Mentre per calcolare R_{AY} e R_{BY} imposto un sistema di due equazioni in due incognite:

prima equazione,
 sommatoria delle forze lungo l'asse Y = 0 (positive verso l'alto)

$$R_{AY} - 177 + R_{BY} - 50 = 0$$

seconda equazione,
 momento rispetto al punto A = 0 (positivo in senso orario)

$$177 \cdot 5 - R_{BY} \cdot 11 + 50 \cdot 16 = 0$$

Dalla seconda equazione ricavo $R_{BY} = \frac{177 \cdot 5 + 50 \cdot 16}{11} = 153 N$

La sostituisco nella prima e ricavo $R_{AY} = 177 - 153 + 50 = 74 N$

Esercizio 7 (vedi figura 31)

Soluzione

Il vincolo in A è una cerniera che reagisce con R_{AX} e R_{AY} mentre il vincolo in B è un carrello che reagisce con R_{BY}

Scompongo la forza da 250 N nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y
 $F_X = 250 \cos 45^\circ = 177 \text{ N}$ e $F_Y = 250 \sin 45^\circ = 177 \text{ N}$

Il primo carico uniformemente distribuito agisce su 5 m quindi $F = 50 \cdot 5 = 250 \text{ N}$

Il secondo carico uniformemente distribuito agisce su 7 m quindi $F = 50 \cdot 7 = 350 \text{ N}$

Per calcolare R_{AX} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse X = 0 (positive verso destra)

$$R_{AX} + 177 = 0 \quad \text{da cui } R_{AX} = -177 \text{ N}$$

Mentre per calcolare R_{AY} e R_{BY} imposto un sistema di due equazioni in due incognite:

prima equazione,
 sommatoria delle forze lungo l'asse Y = 0 (positive verso l'alto)

$$-250 + R_{AY} - 177 + R_{BY} - 350 = 0$$

seconda equazione,
 momento rispetto al punto A = 0 (positivo in senso orario)

$$-250 \cdot 2,5 + 177 \cdot 6 - R_{BY} \cdot 19 + 350 \cdot 12,5 = 0$$

Dalla seconda equazione ricavo $R_{BY} = \frac{-250 \cdot 2,5 + 177 \cdot 6 + 350 \cdot 12,5}{19} = 253 \text{ N}$

La sostituisco nella prima e ricavo $R_{AY} = 250 + 177 - 253 + 350 = 524 \text{ N}$

=====

Esercizio 8 (vedi figura 32)

Soluzione

Il vincolo in A è una cerniera che reagisce con R_{AX} e R_{AY} mentre il vincolo in B è un carrello che reagisce con R_{BY}

Sposto la forza da 3000 N in B aggiungendo il momento di trasporto

$$M_t = 3000 \cdot 0,25 = 750 \text{ Nm}$$

Per calcolare R_{AX} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse X = 0 (positive verso destra)

$$R_{AX} - 3000 = 0 \quad \text{da cui } R_{AX} = 3000 \text{ N}$$

Mentre per calcolare R_{AY} e R_{BY} imposto un sistema di due equazioni in due incognite:

prima equazione,
 sommatoria delle forze lungo l'asse Y = 0 (positive verso l'alto)

$$R_{AY} - 2500 + R_{BY} = 0$$

seconda equazione,
 momento rispetto al punto A = 0 (positivo in senso orario)

$$2500 \cdot 0,2 - R_{BY} \cdot 0,7 + 750 = 0$$

Dalla seconda equazione ricavo $R_{BY} = \frac{-2500 \cdot 0,2 + 750}{0,7} = 357 \text{ N}$

La sostituisco nella prima e ricavo $R_{AY} = 2500 - 357 = 2143 \text{ N}$

=====

Esercizio 9 (vedi figura 33)

Soluzione

Il vincolo in A è una cerniera che reagisce con R_{AX} e R_{AY} mentre il vincolo in B è un carrello che reagisce con R_{BY}

Sposto la forza da $F_2 = 200 \text{ N}$ in B aggiungendo il momento di trasporto
 $M_t = 200 \cdot 50 = 10000 \text{ Nmm}$

Scompongo la forza da $F_3 = 400 \text{ N}$ nelle sue due componenti secondo gli assi X e Y
 $F_{3X} = 400 \sin 25^\circ = 169 \text{ N}$ e $F_{3Y} = 400 \cos 25^\circ = 362 \text{ N}$

Per calcolare R_{AX} imposto sommatoria delle forze lungo l'asse X = 0 (positive verso destra)

$$R_{AX} + F_2 + F_3 \sin \alpha = 0 \quad R_{AX} + 200 + 169 = 0 \quad \text{da cui } R_{AX} = -369 \text{ N}$$

Mentre per calcolare R_{AY} e R_{BY} imposto un sistema di due equazioni in due incognite:

prima equazione,
 sommatoria delle forze lungo l'asse Y = 0 (positive verso l'alto)

$$R_{AY} - F_1 + R_{BY} - F_3 \cos 25^\circ = 0 \quad R_{AY} - 100 + R_{BY} - 362 = 0$$

seconda equazione,
 momento rispetto al punto A = 0 (positivo in senso orario)

$$F_1 \cdot b + M_t - R_{BY} (b + c + d) + F_{3Y} (b + c + d + e) = 0$$

$$100 \cdot 100 + 10000 - R_{BY} \cdot 190 + 362 \cdot 310 = 0$$

Quindi ricavo $R_{BY} = \frac{100 \cdot 100 + 10000 + 362 \cdot 310}{190} = 697 \text{ N}$

La sostituisco nella prima e ricavo $R_{AY} = 100 - 697 + 362 = -234 \text{ N}$

=====

Esercizio 10 (vedi figura 34)**Soluzione**

Si calcolano inizialmente i valori delle forze Q concentrata e le componenti orizzontale e verticale della forza da 200 N.

$$Q = 80 \cdot 1,5 = 120N$$

$$F_x = 200 \cdot \cos 30 = 173,20N$$

$$F_y = 200 \cdot \sin 30 = 100N$$

Procedendo come negli esercizi precedenti:

$$\begin{cases} R_{AX} = 173,20 N \\ R_{AY} = 120 + 100 = 220 N \\ M_A = -120 \cdot 0,75 - 100 \cdot 3 = -390 Nm \end{cases}$$