Capitolo 3

STATICA – BARICENTRO

SOLUZIONE ESERCIZI PROPOSTI Pagina 62 - 65

Esercizio 1 (vedi figura 26)

Soluzione
Divido il corpo rappresentato in tre parti:

1 parallelepipedo di dimensioni a_1, b_1, c_1 = 0,60 m, 0,50 m, 0,90 m volume V_1 = 0,27 m^3
la posizione del suo baricentro G_1 (X_1 = 0,30 m; Y_1 = 0,25 m ; Z_1 = 0,45 m)

2 parallelepipedo di dimensioni a_2, b_2, c_2 = 0,20 m, 0,40 m, 0,40 m volume V_2 = 0,032 m^3
la posizione del suo baricentro G_2 (X_2 = 0,50 m; Y_2 = 0,70 m ; Z_2 = 0,20 m)

3 parallelepipedo di dimensioni a_3, b_3, c_3 = 0,40 m, 0,50 m, 0,30 m volume V_2 = 0,06 m^3
la posizione del suo baricentro G_3 (X_3 = 0,20 m; Y_3 = 0,25 m ; Z_3 = 1,05 m)

ora calcolo la posizione del baricentro del corpo con le seguenti formule:

$$X_G = \frac{X_1 V_1 + X_2 V_2 + X_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{0{,}30\ \ 0{,}27 + 0{,}50\ \ 0{,}032 + 0{,}20\ \ 0.06}{0{,}27 + 0{,}032 + 0{,}06} = 0{,}301\ m$$

$$Y_G = \frac{Y_1 V_1 + Y_2 V_2 + Y_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{0{,}25\ \ 0{,}27 + 0{,}70\ \ 0{,}032 + 0{,}25\ \ 0{,}06}{0{,}27 + 0{,}032 + 0{,}06} = 0{,}290\ m$$

$$Z_G = \frac{Z_1 V_1 + Z_2 V_2 + Z_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{0{,}45\ \ 0{,}27 + 0{,}20\ \ 0{,}032 + 1{,}05\ \ 0.06}{0{,}27 + 0{,}032 + 0{,}06} = 0{,}527\ m$$

==

Esercizio 2 (vedi figura 27)

Soluzione
Il tronco di cono rappresentato lo considero come differenza tra il cono 1 e il cono 2

Calcolo l'angolo di inclinazione dei lati del troco di cono $\alpha = actan\ \frac{30}{7.5} = 76°$

Posso ora determinare l'altezza del cono 1   H = 20 tan 76° = 80 mm

L'altezza del cono 2 sarà quindi h' = H – h = 80 – 30 = 50 mm

Calcolo il volume del cono 1 $V_1 = \frac{\pi\ r_1^2\ H}{3} = \frac{\pi\ 20^2\ 80}{3} = 33510\ mm^3$
La posizione del suo baricentro Y_1 = H/4 = 20 mm

Calcolo il volume del cono 2 $V_2 = \frac{\pi\ r_2^2\ h\prime}{3} = \frac{\pi\ 12{,}5^2\ 50}{3} = 8181\ mm^3$
La posizione del suo baricentro Y_2 = (h'/4) + 30 = 42,5 mm

Calcolo quindi la posizione del baricentro del tronco di cono

$$Y_G = \frac{Y_1 V_1 - Y_2 V_2}{V_1 - V_2} = \frac{20\ \ 33510 - 42{,}5\ \ 8181}{33510 - 8181} = 12{,}7\ mm$$

==

Esercizio 3 (vedi figura 28)

Soluzione
Divido la sezione rappresentata in due parti:

1 rettangolo di area
$A_1 = (a – c)\ d = (30 – 10)\ 8 = 160\ cm^2$ il suo baricentro ha coordinate $X_1 = 20$ cm $Y_1 = 4$ cm

2 rettangolo di area
$A_2 = b\ c = 50\ 10 = 500\ cm^2$ il suo baricentro ha coordinate $X_2 = 5$ cm $Y_2 = 25$ cm

ora calcolo la posizione del baricentro della sezione con le seguenti formule:

$$X_G = \frac{X_1 A_1 + X_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{20\ \ 160 + 5\ \ 500}{160 + 500} = 8{,}6\ cm$$

$$Y_G = \frac{Y_1 A_1 + Y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{4\ \ 160 + 25\ \ 500}{160 + 500} = 19{,}9\ cm$$

==

Esercizio 4 (vedi figura 29)

Soluzione
In base alla figura data calcolo $c = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{40^2 + 40^2} = 56{,}5\ cm$

$$a = 2\ \frac{\pi}{4}\ R = 2\ \frac{\pi}{4}\ 40 = 62{,}8\ cm$$

$$h = R\ cos\frac{\alpha}{2} = 40 \cos 45° = 28{,}3\ cm$$

Calcolo ora la posizione del baricentro del segmento circolare

$$Y_G = \frac{R\ \ c}{a} = \frac{40\ \ 56{,}5}{62{,}8} = 36\ cm$$

==

Esercizio 5 (svolto) (vedi figura 30 e 31)

Fissato il sistema di riferimento nello spigolo in basso a sinistra, considero come figura 30 il rettangolo 100x40 e come figura 31 il foro ϕ24

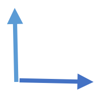

figura	Ai	Xi	yi
1	100x40=4000	50	20
2	$\frac{\pi \cdot 24^2}{4} = 452,4$	80	20
Atot	A_1-A_2=3547,6		

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^{2} x_i \cdot A_i}{A_{tot}} = \frac{50 \cdot 4000 - 80 \cdot 452,4}{3547,6} = 46,2$$

$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^{2} y_i \cdot A_i}{A_{tot}} = \frac{20 \cdot 4000 - 20 \cdot 452,4}{3547,6} = 20$$

==

Esercizio 6 (vedi figura 32)

Soluzione
Divido la linea rappresentata in quattro parti

Linea 1 di lunghezza a = 0,6 m posizione baricentro X_1 = 0 Y_1 = 0,3 m Z_1 = 0

Linea 2 di lunghezza b = 0,3 m posizione baricentro X_2 = 0,15 m Y_2 = 0 Z_2 = 0

Linea 3 di lunghezza c = 0,4 m posizione baricentro X_3 = 0,3 m Y_3 = 0 Z_3 = 0,2 m

Linea 4 di lunghezza d = 0,5 m posizione baricentro X_4 = 0,3 m Y_4 = - 0,25 m Z_4 = 0,4 m

ora calcolo la posizione del baricentro della linea con le seguenti formule:

$$X_G = \frac{X_1\, l_1 + X_2\, l_2 + X_3\, l_3 + X_4 l_4}{l_1 + l_2 + l_3 + l_4} = \frac{0 \;\; 0,6 + 0,15 \;\; 0,3 + 0,3 \;\; 0,4 + 0,3 \;\; 0,5}{0,6 + 0,3 + 0,4 + 0,5} = 0,175\, m$$

$$Y_G = \frac{Y_1\, l_1 + Y_2\, l_2 + Y_3\, l_3 + Y_4 l_4}{l_1 + l_2 + l_3 + l_4} = \frac{0,3 \;\; 0,6 + 0 \;\; 0,3 + 0 \;\; 0,4 + (-0,25) \;\; 0,5}{0,6 + 0,3 + 0,4 + 0,5} = 0,0305\, m$$

$$Z_G = \frac{Z_1\, l_1 + Z_2\, l_2 + Z_3\, l_3 + Z_4 l_4}{l_1 + l_2 + l_3 + l_4} = \frac{0 \;\; 0,6 + 0 \;\; 0,3 + 0,2 \;\; 0,4 + 0,4 \;\; 0,5}{0,6 + 0,3 + 0,4 + 0,5} = 0,155\, m$$

==

Esercizio 7 (vedi figura 33)

Soluzione
Divido la linea rappresentata in tre parti

Linea 1 di lunghezza a = 20 cm posizione baricentro X_1 = 0 Y_1 = 10 cm

Linea 2 di lunghezza b = 40 cm posizione baricentro X_2 = 20 cm Y_2 = 0

Linea 3 di lunghezza c = 45 cm posizione baricentro X_3 = 40 cm Y_3 = 22,5 cm ora calcolo la posizione del baricentro della linea con le seguenti formule:

$$X_G = \frac{X_1\, l_1 + X_2\, l_2 + X_3\, l_3}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{0\ \ 20 + 20\ \ 40 + 40\ \ 45}{20 + 40 + 45} = 24{,}8\ cm$$

$$Y_G = \frac{Y_1\, l_1 + Y_2\, l_2 + Y_3\, l_3}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{10\ \ 20 + 0\ \ 40 + 22{,}5\ \ 45}{20 + 40 + 45} = 11{,}5\ cm$$

==

Esercizio 8 (vedi figura 34)

Soluzione
Divido la superficie rappresentata in due parti

1 Triangolo con base = 120 mm e altezza h = 150 mm r_1 = 160 mm

Area………… $A_1 = \frac{120\ \ 150}{2} = 9000\ mm^2$

Applicando il secondo teorema di Guldino (solido di rivoluzione)
Volume ………$V_1 = A_1\ 2\ \pi\ r_1 = 9000\ 2\ \pi\ 160 = 9047787\ mm^3$

2 Semicerchio con raggio = 60 mm r_2 = 140 mm

Area………… $A_2 = \frac{\pi\ \ 60^2}{2} = 5655\ mm^2$

Applicando il secondo teorema di Guldino (solido di rivoluzione)
Volume ………$V_2 = A_2\ 2\ \pi\ r_2 = 5655\ 2\ \pi\ 140 = 4974398\ mm^3$

Quindi il solido di rivoluzione ottenuto ha un volume totale
$V = V_1 + V_2 = 14022185\ mm^3 = 14\ dm^3$ e dato che la densità ρ è la massa volumica posso calcolare con formula inversa la massa del solido di rivoluzione m = ρ V = 7,85 14 = 110 kg

==

Esercizio 9 (vedi figura 35)

Soluzione (velivolo Airbus A321)
Conoscendo il carico e la posizione dei baricentri dei bagagliai posso calcolare il baricentro del velivolo con questa formula

$$X_G = \frac{m_{1,2}\, 8 + m_{3,4}\, 20 + m_5\, 24}{m_{1,2} + m_{3,4} + m_5} = \frac{5800\ \ 8 + 3500\ \ 20 + 3537\ \ 24}{5800 + 3500 + 3537} = 15{,}68\ m$$

Il volo è possibile in quanto la posizione del baricentro è compresa tra il limite anteriore 12 m e il limite posteriore 16 m e il carico totale m_{tot} = 5800 + 3500 + 3537 = 12837 kg non supera m_{max}

==

Esercizio 10 (vedi figura 36)

Soluzione (velivolo Piper PA 32)
Esercizio simile al precedente, conoscendo il carico e la posizione dei baricentri delle masse a bordo posso calcolare il baricentro del velivolo con la solita formula

CARICO	***MASSA [kg]***	***BRACCIO [mm]***
Bagagliaio anteriore	50	975
Pilota + Copilota	80 + 75 = 155	2381
Passeggero 1 + passeggero 2	67 + 85 = 152	3357
Passeggero 3 + passeggero 4	68 + 55 = 123	3943
Bagagliaio posteriore	250	4881
Carburante (Avgass 100 LL) max 250 litri	180	2557

$$X_G = \frac{50\;\;975 + 155\;\;2381 + 152\;\;3357 + 123\;\;3943 + 250\;\;4881 + 180\;\;2557}{50 + 155 + 152 + 123 + 250 + 180} = 3400\ mm$$

Massa totale = massa a vuoto + carico = 811 + 910 = 1721 kg

X_G = 3400 mm non è possibile il volo in quanto il baricentro si trova oltre il limite posteriore e la massa supera la massa massima consentita

===

Esercizio 11

Soluzione (velivolo Piper PA 32)
Esercizio simile al precedente, conoscendo il carico e la posizione dei baricentri delle masse a bordo posso calcolare il baricentro del velivolo con la solita formula

CARICO	***MASSA [kg]***	***BRACCIO [mm]***
Bagagliaio anteriore	50	975
Pilota + Copilota	80 + 85 = 165	2381
Passeggero 1 + passeggero 2	67	3357
Carburante (Avgass 100 LL) max 250 litri	180	2557

$$X_G = \frac{50\;\;975 + 165\;\;2381 + 67\;\;3357 + 180\;\;2557}{50 + 165 + 67 + 180} = 2439\ mm$$

Massa totale = massa a vuoto + carico = 811 + 462 = 1273 kg

X_G = 2439 mm è possibile il volo in quanto il baricentro si trova entro i limiti anteriore e posteriore e la massa totale è inferiore alla massa massima consentita.

===

Elisa e Maurizio