Capitolo 1

STATICA – FORZE NEL PIANO

Soluzioni Esercizi proposti Pagina 28 - 32

Esercizio 1

Soluzione
Dato che le forze si trovano tutte sulla stessa retta d'azione e hanno lo stesso verso, per trovare il modulo della forza risultante basterà sommare l'intensità delle cinque forze

$R_{1,2,3,4,5}$ = 100 + 150 + 200 + 120 + 125 = 695 N

Quindi il modulo della forza necessaria ad equilibrare il sistema sarà 695 N e il suo verso sarà contrario a quello delle cinque forze, ovviamente agirà sulla stessa retta d*azione.

===

Esercizio 2

Soluzione
Dato che le forze si trovano tutte sulla stessa retta d'azione ma hanno verso contrario, per trovare il modulo della forza risultante basterà sommare algebricamente l'intensità delle quattro forze

$R_{1,2,3,4}$ = 30 + 40 - 50 - 20 = 0 N

Quindi l'intensità della forza risultante sarà 0 N

==

Esercizio 3

Soluzione
Dato che le due forze sono parallele e di verso opposto $R_{1,2}$ = 30 – 50 = - 20 N

Quindi l'intensità della forza risultante sarà 20 N e avrà lo stesso verso della forza da 50 N

==

Esercizio 4

Soluzione
Dato che le due forze sono tra loro ortogonali per calcolare il modulo della risultante dovremo applicare il teorema di Pitagora

$$R = \sqrt{F^2 + (3F)^2} = \sqrt{10\,F^2} = F\,\sqrt{10}$$

Quindi il modulo della risultante è $F\sqrt{10}$ e la direzione è quella della diagonale del rettangolo formato da F e da 3F. Angolo $\alpha = \tan^{-1}\frac{F}{3F} = \tan^{-1}\frac{1}{3} = 18{,}4°$ a partire dalla direzione della forza 3F

==

Esercizio 5

Soluzione

Dato che la proiezione sull'orizzontale vale 136 N posso scrivere che 136 = 150 cos α e quindi posso calcolare l'angolo α

$\cos\alpha = \frac{136}{150}$ per cui $\alpha = \arccos\frac{136}{150} = 24{,}95°$ e la componente verticale risulta

F_v = 150 sen α = 63,27 N

==

Esercizio 6

Soluzione

Dato che le due forze formano tra loro un angolo β = 75° per determinare il modulo della risultante applico il teorema di Carnot

$R=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\beta} = \sqrt{330^2\ + 250^2 + 2\ 330\ 250\cos 75°}\ = 462{,}71$ N

$\cos\Upsilon = \frac{330^2+462{,}71^2-250^2}{2\ \ 330\ \ 462{,}71} = 0{,}853$ quindi ϒ = arccos 0,853 = 31,4°

Oppure poiché $F_2 sin\beta\ = R\ sin\gamma$

$$\gamma = \sin^{-1}\frac{F_2 sin\beta}{R} = 31{,}4°$$

==

Esercizio 7

Soluzione

Come l'esercizio precedente, applico il teorema di Carnot

$R=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\beta} = \sqrt{340^2\ + 180^2 + 2\ 340\ 180\cos 120°}\ = 294{,}62$ N

===

Esercizio 8 (vedi figura 13 a pagina 18)

Soluzione

Devo risolvere il seguente sistema di due equazioni in due incognite:

$$\begin{cases} \dfrac{F_A}{sen\,\beta} = \dfrac{F_B}{sen\,\alpha} \\ 980 = F_A \cos\alpha + F_B \cos\beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{F_A}{0{,}642} = \frac{F_B}{0{,}5} \\ 980 = 0{,}866\, F_A + 0{,}766 F_B \end{cases}$$

Da cui ottengo F_B = 521,8 N e F_A = 670 N

===

Esercizio 9 (vedi figura 36)

Soluzione
Come si può vedere dalla figura, l'angolo in A e l'angolo in B sono entrambi di 45° quindi la componente di P che si scarica sull'asta VA risulta P sen 45° = 2121,32 N e la componente di P che scarica sull'asta VB è la stessa in quanto P cos 45° = 2121,32 N. Queste forze si trasmettono inalterate lungo le aste fino ai vertici A e B. Qui operando una scomposizione si ottengono due forze uguali (2121,32 cos 45°) che agiscono a trazione sull'asta AB
Le aste VA e VB sono puntoni mentre l'asta AB è un tirante sollecitata da una forza di trazione = 2121,32 cos 45° + 2121,32 cos 45° = 3000 N (uguale al carico applicato solo perché gli angoli sono simmetrici e complementari fra loro)

===

Esercizio 10 (vedi figura 37)

Soluzione
Come si può vedere dalla figura, l'angolo in A è 50° mentre l'angolo in B è 30° posso quindi applicare il teorema dei seni:

$\frac{F_A}{sen\,60°} = \frac{F_B}{sen\,40°} = \frac{400}{sen\,80°}$ da cui ricavo F_A = 351,75 N e F_B = 261,08 N

L'asta V_A è un puntone sollecitato da F_A, mentre l'asta V_B anch'essa un puntone sollecitato da F_B

L'asta AB è un tirante sollecitata dalla forza F_A cos 50° + F_B cos 30° = 452,20 N

===

Esercizio 11

Soluzione
Dato che la vuole tirare in direzione perpendicolare alla corrente la forza utile che muove la barca sarà uguale a 400 sen 20° = 136,8 N

===

Esercizio 12

Soluzione
La forza normale sul pezzo è 1000 sen 15° = 258,8 N
La forza assiale è 1000 cos 15° = 965,9 N

==

Esercizio 13 (vedi figura 38)

Soluzione
Scompongo la forza F_1 nelle sue componenti verticale e orizzontale

$F_{1V} = F_1 \cos 30° = 120 \cos 30° = 103{,}92$ N
$F_{1O} = F_1 \text{ sen } 30° = 120 \text{ sen } 30° = -60$ N

Calcolo la risultante tra F_{1O} e F_2 = - 60 + 230 = 170 N
Calcolo la risultante tra F_{1V} e F_3 = 103,92 - 90 = 16,92 N

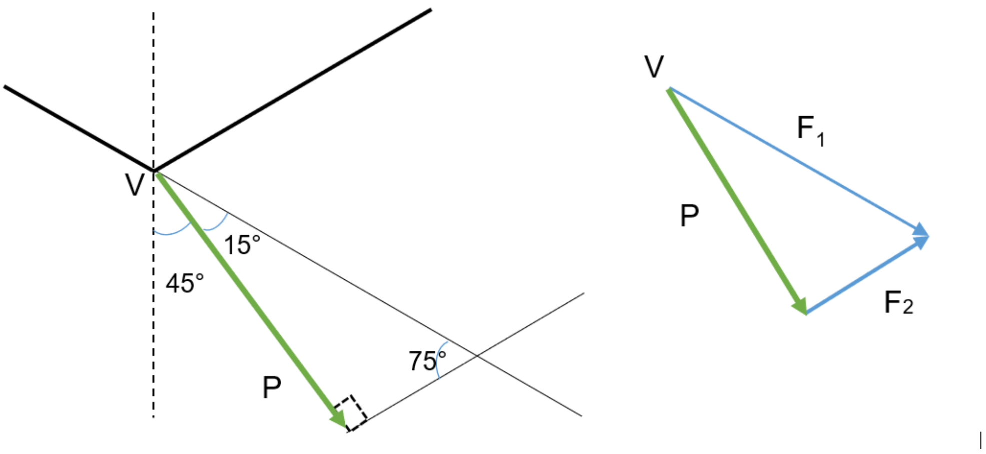
Ora posso calcolare la risultante totale $R = \sqrt{170^2 + 16{,}92^2} = 170{,}84$ N

Inclinata verso l'alto di un angolo $\beta = \arctan\frac{16{,}92}{170} = 5{,}7°$

==

Esercizio 14 (vedi figura 39)

Soluzione
Si deve scomporre la forza P lungo la direzione delle aste AV e BV. Gli angoli che si formano sono illustrati in figura.



$$F_2 = P \tan 15 = 53{,}58\ N$$

$$F_1 = \sqrt{200^2 + 53{,}58^2} = 207N$$

Quindi l'asta AV è sollecitata a trazione con 207 N

Mentre l'asta BV è sollecitata a trazione con 53,58 N

===

Esercizio 15

Soluzione
La risultante è ovviamente 50 + 30 = 80 N e si trova ad una distanza x dalla forza 50 N

$50\ x = 30\ (200 - x)$ $50\ x = 6000 - 30\ x$ $80\ x = 6000$ quindi $x = 6000/80 =$ 75 mm

===

Esercizio 16

Soluzione
La seconda forza è ovviamente 200 – 80 = 120 N e si trova ad una distanza x da F

$80\ 3 = 120\ x$ quindi $x = 240/120 =$ 2 m

===

Esercizio 17

Soluzione
Risolvo il seguente sistema di due equazioni in due incognite

Prima equazione…………………$F_1 + F_2 = 1000$ N

Seconda equazione………………$F_1\ 1 = F_2\ 0{,}8$

Dalla seconda equazione ricavo $F_1 = 0{,}8\ F_2$ e la sostituisco nella prima

$0{,}8\ F_2 + F_2 = 1000$ $1{,}8\ F_2 = 1000$ da cui ricavo $F_2 = 1000/1{,}8 = 555{,}55$ N

Ovviamente $F_1 = 1000 - F_2 = 1000 - 555{,}55 = 444{,}45$ N

L'uomo che dista 1 m dal carico sopporta 444,45 N, quello che dista 0,8 m dal carico sopporta 555,55 N
===

Esercizio 18

Soluzione
L'intensità della risultante è R = 600 – 400 = 200 N

Per determinare il punto di applicazione della risultante applico la seguente equazione

$600\ (2500 - x) = 400\ x$ $1500000 - 600\ x = 400\ x$ $1500000 = 1000\ x$

Da cui $x = 1500000/1000 =$ 1500 mm dalla forza di 400 N

==

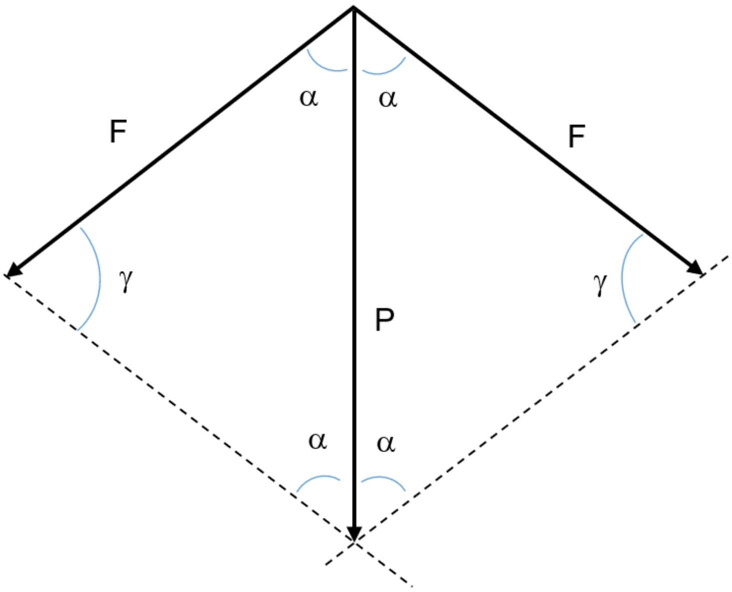
Esercizio 19 (vedi figura 40)

Soluzione
Calcolo l’angolo ϒ dalla figura ricavo cos (ϒ/2) = ¾ da cui ϒ = (arccos ¾) 2 = 82,82°

Quindi la forza di tiro di ciascuna fune è

$$F = \frac{P}{\sqrt{2\,(1-\cos \Upsilon)}} = \frac{2000}{\sqrt{2\,(1-\cos 82{,}82°)}} = 1511{,}85\ \text{N}$$

Oppure
Per determinare l'angolo α formato dalla forza peso del tubo con il tiro di ciascuna fune, si considera il triangolo la cui ipotenusa vale 4 m e il cateto pari alla metà della distanza totale di 3 m. Per cui $\alpha = \sin^{-1}\frac{3}{4} = 48{,}59°$ e osservando la figura si ricava $\gamma = 180 - (48{,}59.48{,}59) = 82{,}82°$ e per il teorema dei seni si ha: $\frac{P}{\sin\beta} = \frac{F}{\sin\gamma}$ e quindi $F = \frac{P\sin\alpha}{\sin\gamma} = 1511{,}86N$



==

Esercizio 20 (vedi figura 41)

Soluzione
Dalla figura vedo che l’angolo ϒ = 60°

Quindi la tensione nelle funi è

$$F = \frac{P}{\sqrt{2\,(1-\cos \Upsilon)}} = \frac{2000}{\sqrt{2\,(1-\cos 60°)}} = 2000\ \text{N}$$

==

Esercizio 21

Soluzione
Dato che il diametro della puleggia è di 220 mm significa che la distanza tra le forze della coppia è proprio 0,22 m

Quindi $C = F\ d$ da cui $F = C/d = 950/0{,}22 =$ 4318 N

==

Esercizio 22 (vedi figura 42)

Soluzione
Dalla figura ricavo $b = a \text{ sen } \alpha$ quindi il braccio $b = 3 \text{ sen } 30° = 1{,}5$ m

Il momento della forza F rispetto al punto A è $M_A = F\ b = 40\ 1{,}5 =$ 60 Nm

==

Esercizio 23

Soluzione
Dato che la forza F agisce a 45 cm dalle cerniere, una forza 5 volte minore dovrò applicarla ad una maggiore distanza in base alla seguente formula:

$F\ 45 = F/5\ x$ da cui ricavo $x = 45\ 5 =$ 225 cm

==

Esercizio 24

Soluzione
Dato che la forza F agisce a 3 m, se la sbarra fosse lunga 1 m, dovrò applicare una forza maggiore in base alla seguente formula:

$F\ 3 = F_1\ 1$ da cui ricavo $F_1 = 50\ 3 =$ 150 N

==

Esercizio 25 (vedi figura 43)

Soluzione
Considero positivo il momento in senso orario, osservando la figura e procedendo dall'alto in senso orario vedo che:
la prima forza non crea momento in quanto la sua retta d'azione passa per G,

la seconda forza crea un momento $M_1 = +\ 10\ 0{,}025 = 0{,}25$ Nm,

la terza forza non crea momento in quanto la sua retta d'azione passa per G,

la quarta forza crea un momento M_2 = - 10 0,035 = - 0,35 Nm,
la quinta forza crea un momento M_3 = - 10 0,025 = -0,25 Nm

Quindi il momento risultante rispetto a G risulta

$M_G = M_1 + M_2 + M_3$ = 0,25 – 0,35 – 0,25 = - 0,35 Nm

==

Esercizio 26

Soluzione
Dato che M = F b il braccio risulta b = M/F = 289,3/86495 = 0,0033 m = 3,3 mm

==

Esercizio 27

Soluzione
Il momento esercitato sul dado con una chiave lunga 120 mm è M = 10 0,12 = 1,2 Nm

Se la lunghezza della chiave fosse 9 cm = 0,09 m, il valore della forza da applicare per ottenere lo stesso momento sarà F = M/b = 1,2/0,09 = 13,3 N

==

Esercizio 28 (vedi figura 44)

Soluzione
La forza F_1 la sposto in O introducendo il momento di trasporto M_1 = - 250 2 = - 500 Nm

La forza F_2 la sposto in O introducendo il momento di trasporto M_2 = + 300 1 = + 300 Nm

La forza F_3 la traslo in O lungo la sua retta d'azione.
Calcolo ora la risultante delle forze $R_{1,3}$ = 150 – 250 = - 100 N

La risultante totale $R = \sqrt{F_2^2 + R_{1,3}^2} = \sqrt{300^2 + 100^2} =$ 316,23 N

La risultante dei momenti M = $M_1 + M_2$ = - 500 + 300 = - 200 Nm

Quindi nel punto O vi sarà una forza R = 316,23 N inclinata verso il basso e un momento M = - 200 Nm (in senso anti orario).

==

Elisa e Maurizio